

ÇARPANLAR VE KATLAR

ÇARPAN: Bir doğal sayıyı tam olarak bölen her bir sayıya o sayının **çarpanları(bölenleri)** denir.

Örneğin ; 15 sayısının çarpanları 1,3,5 ve 15 dir. Bu dört sayı 15 sayısını tam olarak bölerler. 30 sayısı 15'i tam olarak bölemediği için; 30 sayısı 15'in bir çarpanı(böleni) değildir. 30 sayısı 15'in bir katıdır. Katları daha sonra göreceğiz.

Doğal sayıların çarpanlarını işlem yapmadan zihinden belirleyebiliriz fakat zihinden çarpanları sıralarken bazılarını unutabiliriz. Kısa bir yol gösterecek olursak;

ÖR: 20 sayısının tüm çarpanlarını belirleyelim;

20	
1.20	→
2.10	
4.5	

20 sayısının çarpanları= 1,2,4,5,10,20 'dir.
Toplamda 6 çarpanı vardır.

Yukarıda 20 sayısının çarpanlarını bulurken, sırayla 1 sayısından başlayarak, **1** ile 20 nin çarpımı 20dir, **2** ile 10'un çarpımı 20 dir, **3** ile bir şeyin çarpımı 20 yapmaz, **4** ile 5'in çarpımı 20'dir, **5** ile 4'ün çarpımı 20 dir fakat 4 ile 5'in çarpımı ile aynı şey olduğu için, çarpanlar daha fazla ilerleyemedi deriz.

Sol taraf sırasıyla 1,2,3,4..... şeklinde denenerek oluşturulur. Ne zaman ki aynı çarpma işlemi elde edilir o zaman çarpanlar bitirilir. Çarpanları küçükten büyüğe sıralamak için de U şeklinde çizdiğimiz ok yönünde çarpanlar yazılır.

ÖR: 120 sayısının çarpanlarını belirleyiniz.

120	
1.120	→
2.60	
3.40	
4.30	
5.24	
6.20	
8.15	
10.12	

120 sayısının çarpanları =
1,2,3,4,5,6,8,10,12,15,20,24,30,40,60,120 'dir.
Toplamda 16 çarpanı vardır.

ÖR: 300 sayısının tüm çarpanlarını belirleyelim;

300
1.300
2.150
3.100
4.75
5.60
6.50
10.30
12.25
15.20

300 sayısının çarpanları=
1,2,3,4,5,6,10,12,15,20,25,30,50,60,75,100,150,300 'dür.
Toplamda 18 çarpanı vardır.

NOT: Her doğal sayının çarpanları arasında 1 ve kendisi vardır. Özel olarak bir doğal sayının çarpanları sadece 1 ve kendisinden oluşuyor ise yani sadece iki tane çarpanı varsa böyle doğal sayılara **ASAL SAYILAR** denir.

ASAL SAYILAR

1 ve kendisinden başka çarpanı(böleni) olmayan doğal sayılara **Asal Sayı** denir.

Aşağıda çarpanları sadece 1 ve kendisi olan doğal sayılar sarı renkli kutulara yerleştirilmiştir. Diğerlerinin 1 ve kendisi dışında başka çarpanları olduğu için Asal Sayı değildirler.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Yanda 1'den 100'e kadar olan asal sayılar gösterilmiştir.

Asal sayılar sonsuza kadar ilerleyen bir örüntüye sahiptir.

NOT: 2 asal sayı olan tek ÇİFT SAYIDIR. Diğer bütün asal sayılar TEK SAYIDIR.

NOT: 1 asal sayı değildir.

NOT: Asal sayılar 2 ile başlar.

Bütün asal sayılar 6'nın katlarından 1 fazla veya 1 eksiktir. Bazen ikisi birden de olabilir bazen sadece 1 eksiği veya 1 fazlası olabilir.

ÖR:

- 17 bir asal sayıdır ve 6'nın bir katı olan 18'in 1 eksiğidir.
- 19 bir asal sayıdır ve 6'nın bir katı olan 18'in 1 fazlasıdır.
- 37 bir asal sayıdır ve 6'nın bir katı olan 36 sayısının 1 fazlasıdır.
- 97 bir asal sayıdır ve 6'nın bir katı olan 96 sayısının 1 fazlasıdır.

ÖR: Aşağıda verilen sayıların asal olup olmadıklarını inceleyiniz.

40 → Asal değildir, çünkü 2, 4, 10 gibi 1 ve kendisinden başka bölenleri vardır.

53 → 1 ve kendisi dışında böleni yoktur. Asal sayıdır.

72 → Asal değildir, çünkü 2, 4, 12 gibi 1 ve kendisinden başka bölenleri vardır.

67 → 1 ve kendisi dışında böleni yoktur. Asal sayıdır.

87 → Asal değildir, çünkü 3, 29 gibi 1 ve kendisinden başka bölenleri vardır.

81 → Asal değildir, çünkü 3, 9 gibi 1 ve kendisinden başka bölenleri vardır.

91 → Asal değildir, çünkü 7, 13 gibi 1 ve kendisinden başka bölenleri vardır.

75 → Asal değildir, çünkü 3, 5 gibi 1 ve kendisinden başka bölenleri vardır.

120 → Asal değildir. 2,5 gibi 1 ve kendisinden başka bölenleri vardır.

121 → Asal değildir 11 gibi 1 ve kendisinden başka bölenleri vardır.

111 → Asal değildir 3, 37 gibi 1 ve kendisinden başka bölenleri vardır.

1 → 1 bir asal sayı değildir.

0 → sıfır bir asal sayı değildir. En küçük asal sayı 2 dir.

BİR DOĞAL SAYININ ASAL ÇARPANLARI:

Bütün doğal sayılar asal sayıların çarpımlarından oluşur. Asal sayıların çarpımlarından oluşumunu **üslü ifadelerden** faydalanarak gösteririz.

ÖR: 20 sayısını asal çarpanlarına ayırınız.

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{r|l} 20 \\ 10 \\ 5 \\ 1 \end{array}} \right\} 20 = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 5^1 = 2^2 \cdot 5$$

Yukarıdaki örnekten anlaşılacağı üzere 20'nin asal **çarpanları 2 ve 5'tir**.

Asal çarpanlarına ayırma işlemi;

- Sayının sağına bir çizgi çizilir.
- Çizginin sağ tarafına doğal sayıyı bölebilen ilk asal sayıdan başlanır.
- Yazılan asal sayı bölebileceği kadar tekrar tekrar yazılabilir, bölemediği zaman diğer asal sayıya geçilir.
- Çizginin sol tarafında sürekli bölünen sayı 1 olduğunda asal çarpanlarına ayırma işlemi bitirilir.
- Üslü gösterim ile yazılan şekil asal çarpanlarına ayrılmış halidir.
- Üslü gösterim ile yazılan şeklin tabanı, doğal sayının asal bölenlerini verir.

ÖR: 72 sayısını asal çarpanlarına ayırınız.

$$\begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{r|l} 72 \\ 36 \\ 18 \\ 9 \\ 3 \\ 1 \end{array}} \right\} 72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$$

72 sayısının asal çarpanları 2 ve 3 tür.

72 sayısının asal çarpanlarına ayrılmış hali $2^3 \cdot 3^2$ şeklindedir.

NOT : Bir doğal sayının asal çarpanlarına ayrılmış şekli ile, o doğal sayının kaç tane tam doğal sayı böleni var bulabiliriz.

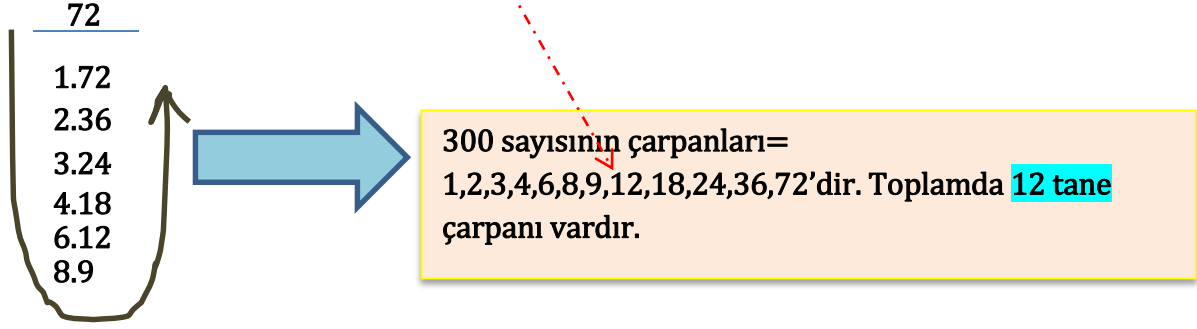
Bir doğal sayının çarpanlarına ayrılmış halinin kuvvetlerinin 1'er fazlasının çarpımı, o doğal sayının kaç tane doğal sayı böleni (çarpanı) olduğunu verir.

Öyleyse 72 sayısının toplam doğal sayı çarpan miktarını bulalım;

$$72 = 2^3 \cdot 3^2 \text{ ise;}$$

$$(3 + 1) \cdot (2 + 1) = 4 \cdot 3 = 12 \text{ tane çarpanı vardır. (kuvvetlerin 1'er fazlasını çarptık).}$$

İSPAT;



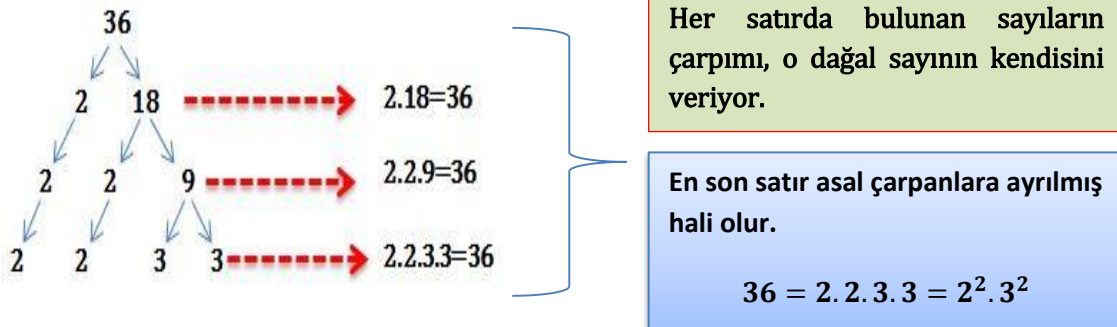
ÖR: 300 sayısını asal çarpanlarına ayırınız ve kaç tane doğal sayı böleni olduğunu asal çarpanlarından faydalanarak hesaplayınız.

$$\begin{array}{r|l} 300 & 2 \\ 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{r|l} 300 \\ 150 \\ 75 \\ 25 \\ 5 \\ 1 \end{array}} \right\} 300 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^2$$

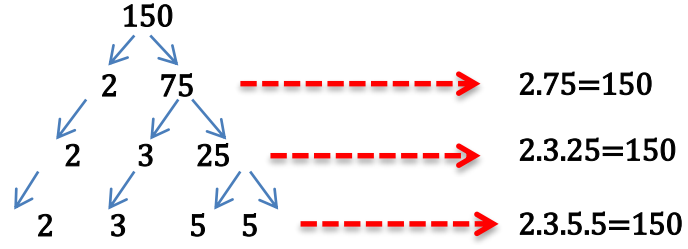
$$300\text{'ün doğal sayı tam bölen miktarı} \rightarrow (2 + 1) \cdot (1 + 1) \cdot (2 + 1) = 3 \cdot 2 \cdot 3 = 18 \text{ tane.}$$

ÇARPAN AĞACI: Bir doğal sayının asal çarpanlarının farklı bir gösterim şeklidir.

ÖR: 36 sayısının çarpan ağacını oluşturalım;



ÖR: 150 sayısının çarpan ağacını oluşturalım;



$$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^2$$

KATLAR: Bir doğal sayının 1, 2,3,4..... ile çarpımlarıyla oluşan doğal sayılara o sayının katları denir.

ÖR: 20 sayısının katlarını bulalım;

$$20 \cdot 1 = 20$$

$$20 \cdot 2 = 40$$

$$20 \cdot 3 = 60$$

$$20 \cdot 4 = 80$$

$$20 \cdot 5 = 100$$

$$20 \cdot 6 = 120$$

.

.

.

.

20 nin katları={ 20,40,60,80,100,120.....} şeklinde sonsuza kadar gider.

Bu tarz sorularda bütün katlarını sonsuza kadar gittiği için en büyüğü sorulamaz. Soru tipleri farklılık gösterebilir. Örneğin 20'nin 3 basamaklı en küçük katı kaçtır gibi sorular gelebilir.

ORTAK BÖLENLER VE ORTAK KATLAR

ORTAK BÖLENLER: İki doğal sayıyı da tam bölebilen doğal sayılara ortak bölenler denir. Ortak bölenler ikiden fazla doğal sayıları da aynı anda bölebilir.

ÖR: 20 ve 12 doğal sayılarının ortak bölenlerini bulalım;

$$20\text{'nin bölenleri} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$$

$$12\text{'nin bölenleri} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$20 \text{ ve } 12\text{'nin ortak bölenleri} = \{1, 2, 4\}$$

20 ve 12'nin ortak bölenleri üç tanedir ve 4 sayısı bu ortak bölenler arasında **en büyük ortak bölen (E.B.O.B)**'dir.

NOT : İki doğal sayının ortak bölenlerini E.B.O.B yardımı ile bulabiliriz. İki doğal sayının e.b.o.b'unun bölenleri , bu iki doğal sayının bütün ortak bölenlerini verir.

E.B.O.B hesaplamasını asal çarpanlarına ayırma yöntemi ile hesaplayacağız. Her iki doğal sayıyı bölebilen asal sayılar yuvarlak içine alınacak ve en son 1 böleni görüldüğünde asal çarpanlarına ayrılma işlemi bitmiş olacak. Yuvarlak içine alınanlar ortak çarpan (bölen) olduğu için , çarpımları bize en büyük ortak böleni (ebob)'u verecek.

ÖR: 20 ve 12'nin E.B.O.B'unu bulalım;

$$\begin{array}{r} 12 \\ 6 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 20 \\ 10 \\ 5 \\ 5 \\ 1 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \textcircled{2} \\ \textcircled{2} \\ 3 \\ 5 \end{array} \right.$$

$$2 \cdot 2 = 4$$

20 ve 12'nin **en büyük ortak böleni** yani ebob'u 4'tür. 4'ün bütün bölenleri yine 12 ve 20'nin ortak bölenleridir.

$$4\text{'ün bölenleri} = \{1, 2, 4\} \text{ dolayısıyla;}$$

$$12 \text{ ve } 20\text{'nin de ortak bölenleri} = \{1, 2, 4\}$$

ÖR: 48 ile 30'un ortak bölenlerini EBOB yardımı ile hesaplayalım;

30	48	2	2.3 = 6	→
15	24	2		
15	12	2		
15	6	2		
15	3	3		
5	1	5		
1	1	1		

30 ve 48'nin en büyük ortak böleni yani **ebob'u 6'dır**. 6'nın bütün bölenleri yine 30 ve 48'in ortak bölenleridir.

6'nın bölenleri = {1, 2, 3, 6} dolayısıyla;
30 ve 48'nin de ortak bölenleri = {1, 2, 3, 6}

Yukarıdaki işlemi ayrı ayrı 30'un bölenlerini ve 48'in bölenlerini yazarak hesaplayabiliriz fakat EBOB ile daha kısa yoldan ulaşırız.

30'un bölenleri = {1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30}

48'in bölenleri = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48}

Kırmızı ile gösterilenler her ikisinin de ortak bölenidir. 6 ise bu bölenlerin en büyüğü yani **EBOB'udur**.

ORTAK KATLAR: İki doğal sayının da katı olan doğal sayılara **ortak katlar** denir. Ortak katlar ikiden fazla doğal sayılar için de kullanılabilir.

ÖR: 20 ve 15'nin ortak katlarını bulalım.

20'nin katları = {20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200, ...}

15'in katları = {15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, 150, 165, 180, 195, ...}

20 ve 15'in ortak katları = {60, 120, 180, ...} şeklinde sonsuza kadar ilerler.

20 ve 15'in sonsuz tane ortak katı vardır. 60 bu ortak katların **En Küçük Ortak Katıdır (E.K.O.K)** denir.

NOT: En Küçük Ortak Katı yine asal çarpanlarına ayırarak hesaplayabiliriz. İki doğal sayıyı asal çarpanlarına ayırdığımızda ortaya çıkan bütün asal sayıların çarpımı, bu iki doğal sayının en küçük ortak katını yani **EKOK**'unu verir. Bulduğumuz EKOK'un katları verilen iki doğal sayının da ortak katları olur.

ÖR: 20 ve 15'in ekok'unu hesaplayalım.

15	20	2
15	10	2
15	5	3
5	5	5
1	1	

$$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$



15 ve 20'nin en küçük ortak katı yani ekok'u 60'dır.
60'ın bütün katları yine 15 ve 20'nin ortak katlarıdır.
60'ın katları = {60, 120, 180, 240 ...} dolayısıyla;
15 ve 20'nin de ortak katları = {60, 120, 180, 240 ...}

NOT: 1 dışında ortak böleni olmayan doğal sayılara aralarında asal sayılar denir. Aralarında asal olan doğal sayıların EBOB ve EKOK hesaplamalarında daha farklı yöntemler uygulanır. Öyleyse **ARALARINDA ASAL** olan doğal sayıları inceleyelim;

ARALARINDA ASAL OLMA DURUMU: 1 dışında ortak böleni olmayan doğal sayılara aralarında asal sayılar denir. Aralarında asal olan sayıların asal sayılardan oluşmasına gerek yok, ortak böleni olmasın yeter.

ÖR:

- ❖ 12 ve 25 aralarında asaldır. 12 ve 25'in 1 dışında ortak böleni yoktur. 12 ve 25 aralarında asal olmasına rağmen hem 12 hem de 25 asal sayı değildir.
- ❖ 13 ve 37 de aralarında asaldır. 1 dışında ortak bölenleri yoktur ve her ikisi de birer asal sayıdır.
- ❖ 12 ve 11 de aralarında asal sayıdır. 1 dışında ortak böleni yoktur. 12 asal değil, 11 ise asal sayıdır.
- ❖ Ardışık her doğal sayı aralarında asaldır.

Yukarıdaki örneklerden anlaşılacağı gibi aralarında asal olan sayılar asal sayı olmayabilir veya her ikisi de asal dolabilir.

NOT: Pay ve paydası aralarında asal olan kesirler, sadeleştirilemez.

ÖR: a ile c aralarında asal olmak şartıyla, $\frac{a}{c} = \frac{42}{15}$ ise a ve c sayılarını bulunuz.

ÇÖZÜM: a ve c aralarında asal ise ; $\frac{42}{15}$ sadeleşemiyor olması gerekir. Demek ki gerçek sayıları genişletip yazmışlar.

Öyleyse 42 ve 15 sayılarını sadeleştirip a ve c sayılarının ilk hallerini bulalım.

$$\frac{a}{c} = \frac{42:3}{15:3} = \frac{14}{5} \text{ ise } a = 14 \text{ ve } c = 5 \text{ dir.}$$

EBOB ve EKOK için özel durumlar;

- ❖ Aralarında asal olan sayıların ebob'u 1'dir.

Çünkü başka ortak böleni yoktur.

ÖR: 20 ile 29'un en büyük ortak böleni 1'dir. Çünkü 20 ile 29 aralarında asaldır ve ortak bölenleri sadece 1'dir.

- ❖ Aralarında asal olan sayıların ekok'u bu sayıların çarpımına eşittir.

ÖR: 8 ile 9'un ekoku aralarında asal oldukları için ; $8 \cdot 9 = 72$ 'dir.

8 ile 9'un ekok'unu asal çarpanlarına ayırarak da aynı sonuca ulaşırız.

- ❖ Birbirinin katı olan iki doğal sayının ebob'u küçük olan sayıyı verir.

ÖR: 15 ile 45'in ebob'u 15'dir.

Bu işlemi asal çarpanlarına ayırarak da aynı şekilde bulursunuz.

- ❖ Birbirini katı olan iki doğal sayının ekok'u büyük olan sayıyı verir.

ÖR: 15 ile 45'in ekok'u 45'dir.

Bu işlemi asal çarpanlarına ayırarak da aynı şekilde bulursunuz.

- ❖ İki doğal sayının ebob'u ile ekok'unun çarpımı, bu iki doğal sayının çarpımına eşittir.

ÖR: $(10, 15)_{ebob} = 5$ ve $(10, 15)_{ekok} = 30$ dur.

$$10 \cdot 15 = (10, 15)_{ebob} \cdot (10, 15)_{ekok} = 150$$

NOT: 10 ile 15 'in ebob'u $(10, 15)_{ebob}$ ve 10 ile 15'in ekok'u $(10, 15)_{ekok}$ şeklinde ifade edilebilir.

EBOB – EKOK PROBLEMLERİ

Ebob Problemleri: Ebob problemlerinde parçalama, paylaşırma olur. Verilen değerler kullanılarak ortak bölenlerine ayrılır.

ÖR: Kısa kenarı 18 metre, uzun kenarı 27 metre olan bir dikdörtgenel bölge, karesel bölgelere ayrılacaktır. Oluşan karesel bölgenin bir kenarı en fazla kaç metre olur?

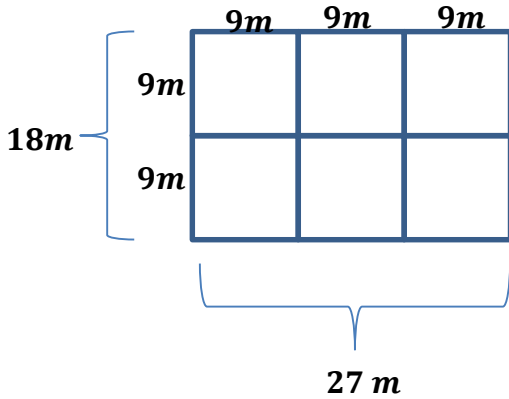
ÇÖZÜM: Bizden mevcut verilen bir dikdörtgenin parçalanarak, karesel bölgelere ayrılması isteniyor. Parçalama işleminde ebob vardı. Yalnız oluşan karenin bir kenarı en fazla kaç metre olur diyor. Biz verilen dikdörtgeni bir kenarı 1 metre olan küçük küçük karelere de ayırabiliriz fakat en büyük kenarlı kareyi istediği için en büyük ortak bölene bakacağız.

18	27	2
9	27	3
3	9	3
1	3	3
1	1	3

$3 \cdot 3 = 9$

Oluşan karenin bir kenarı en fazla 9 metre olur.

İSPAT;



Toplamda 6 kare oluşuyor. Her bir kenarı 3 metre olan karesel bölgelere de ayırabilirdik fakat soruda da belirttiği gibi karenin bir kenarının alabileceği en büyük değer 9 metredir.

ÖR: Her birinde 30 kg ve 42 kg olan patates çuvaları hiç artmayacak şekilde eşit büyüklükte poşetlere doldurulacaktır. Bu iş için kullanılacak poşetlerin ağırlığı en fazla kaç kg olmalıdır?

ÇÖZÜM: Yine mevcut durumda parçalama, paylaşma söz konusu. Öyleyse ebob yapmamız lazım.

30	42	2	→	2.3 = 6	→
15	21	3			
5	7	5			
1	7	7			
1	1				

Kullanılacak poşetlerin ağırlığı en fazla 6 kg olur. Aynı zamanda 1,2 veya 3 kg da olabilir fakat en fazla 6 kg olur.

5 kg'lık poşetler 30 kg çuvalı tam poşetler fakat diğerini tam poşetleyemez. Artar. O yüzden her ikisinin de ortak böleni kullanılmak zorunda.

Yukarıdaki örneğe göre 30 kg'lık çuval 6 kg'lık poşetlenirse $30:6=5$ adet poşet gerekir. 42 kg'lık çuval 6 kg'lık poşetlenirse $42:6=7$ poşet gerekir.

Toplamda $5+7=12$ adet poşet gerekir.

Bu tarz yorumları mutlaka yapabilmemiz gerekir. Lütfen ezberlemeyelim.

Ekok Problemleri : Mevcut verilen sayıları kullanarak yeni şekiller oluşturma, zamanın ilerlemesi, olayın büyümesi gibi sürekli bir ilerleme artış gösteren problemler ekok ile çözülür.

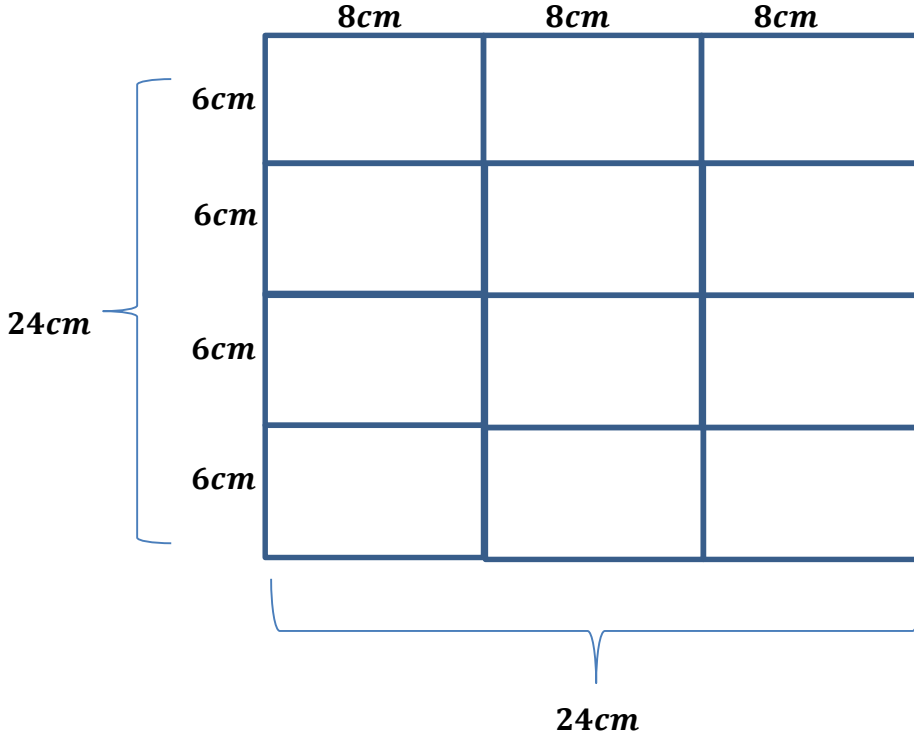
ÖR: Kısa kenarı 6 cm , uzun kenarı 8 cm olan dikdörtgenlerden istenildiği kadar kullanarak oluşturulacak en küçük karenin bir kenarı kaç santimetredir?

ÇÖZÜM : Mevcut durumda verilen dikdörtgen parçalansaydı ebob yapacaktık fakat bu dikdörtgenden birkaç tane kullanılacak ve daha büyük bir şekil oluşturulacak. Yani olayda bir büyüme veya artma söz konusu. Öyleyse ekok yapacağız.

6	8	2	} 2.2.2.3 = 24
3	4	2	
3	2	2	
3	1	3	
1	1		

Oluşan karenin bir kenarı en fazla 24 santimetre olur.

İSPAT;



Yukarıda verilen şekli bir kenarı 48 cm olan bir karede yapabiliriz veya bir kenarı 72 cm olan kare de yapabiliriz, fakat bizden istenen oluşacak olan karenin bir kenarının en küçük **uzunluğa** sahip olmasıdır. Bu yüzden **ekok** seçiyoruz.

ÖR: Bir sınıftaki öğrenciler 5'er 5'er veya 6'şar 6'şar gruplanabiliyor. Sınıf mevcudu 50'den fazla olduğuna göre, sınıf mevcudu en az kaç olabilir?

ÇÖZÜM: bu tarz soruları mantık ile de çözebiliriz. Sınıf hem 5'in katı olacak, hem de 6'nın katı olacak. Dolayısıyla ortak bir kat olmak zorunda. Ortak kat ise ekok yapabiliriz.

5 ve 6 aralarında asal olduğu için; $(5, 6)_{ekok} = 5 \cdot 6 = 30$ 'dur.

Öyleyse sınıf mevcudu en az 30 olabilir. Fakat sınıf mevcudu 50'den fazlaymış. Öyleyse ekok'un katları da ortak kat olduğu için diğer katlara bakmamız gerekiyor.

$30'un\ katları = \{30, 60, 90, 120, 150 \dots \dots\}$

50'den fazla olan en küçük ortak kat 60'dır.

ÖR: Ali bilyelerini 6'şar 6'şar saydığına ve 9'ar 9'ar saydığına hep 1 bilye eksik kalmaktadır. Ali'nin bilyeleri 100'den az olduğuna göre Ali'nin bilyeleri en fazla kaç tane olmalıdır?

ÇÖZÜM : Yine Ali'nin bilyeleri hem 6'nın katından, hem de 9'un katından bir eksik olmalı. Yalnız önce hem 6'nın hem de 9'un ortak katını bulup 1 çıkarmalıyız. Yine ortak katlar söz konusu olduğu için ekok yapmamız gerekecek.

6	9		2	}	2. 3. 3 = 18	➔	Ali'nin bilyeleri 18 ve 18'in katlarından bir eksik olmalı.
3	9		3				
1	3		3				
1	1		3				

Ali'nin bilyeleri = {17, 35, 53, 71, 89, 107, 125 ... }

Ali'nin bilyeleri 100'den az olduğuna göre en fazla 89 olabilir.

ÖR : İki gemiden biri limandan 12 günde bir, diğeri 18 günde bir hareket etmektedir. İkisi birden aynı anda harekete başladıktan kaç gün sonra ilk defa yine birlikte hareket ederler?

ÇÖZÜM : Zaman ilerlemesi var, sürekli bir artış gösteriyor; öyleyse ortak katların en küçüğü yani ekok yapmamız gerekecek.

12	18		2	}	2. 2. 3. 3 = 36	➔	Gemiler harekete başladıktan 36 gün sonra ilk defa yine birlikte hareket ederler. Ve düzenli olarak 36, 72, 108 şeklinde 36'nın katlarında her seferinde yine birlikte hareket ederler.
6	9		2				
3	9		3				
1	3		3				
1	1		3				

NOT: Ebob – Ekok problemlerinde soru çeşitleri yazmakla bitmez. Bu tür soruları hemen çözmeyin. Önce ortak bölen mi istiyor yoksa ortak kat mı istiyor ona karar verin.