

$n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$  ve  $a, x \in \mathbb{R}$  olmak üzere  $x^n = a$  eşitliğini sağlayan  $x$  değerlerine  $a$  nın  $n$ . kuvvetten kökü denir.

\*  $n$  çift ise  $x = \sqrt[n]{a}$  veya  $x = -\sqrt[n]{a}$  dır.

\*  $n$  tek ise  $x = \sqrt[n]{a}$  dır.

**Örnek:** Karesi 9 olan sayıları bulalım.

3 ve (-3) sayılarının karesi 9 dur.

**Örnek:** Küpü -8 olan sayıları bulalım.

(-2) sayısının küpü (-8) dir.

$n \in \mathbb{Z}^+$  olmak üzere

\*  $\sqrt[n]{a}$  ifadesinin tanımlı olabilmesi için  $a \in \mathbb{R}$  olmalıdır.

\*  $\sqrt[n]{a}$  ifadesinin tanımlı olabilmesi için  $a \geq 0$  olmalıdır.

**Örnek:**

$\sqrt{x-5} + \sqrt{11-x}$  ifadesi bir gerçektek sayı belirttiğine göre  $x$  ifadesinin değeri aralığını bulalım.

2.dereceden yani çift derece kök olduğundan

$x - 5 \geq 0$  olmalı. Buradan

$x \geq 5$  bulunur.

$11 - x \geq 0$  olmalı. Buradan

$11 \geq x$  bulunur.

Ortak çözümde  $5 \leq x \leq 11$  olur.

$n > 1$  ve  $n \in \mathbb{Z}^+$  olmak üzere

\*  $n$  tek ise  $\sqrt[n]{x^n} = x$  tir.

\*  $n$  çift ise  $\sqrt[n]{x^n} = |x|$  tir.

Örnek:  $\sqrt[6]{(-5)^6}$        $\sqrt[9]{(-7)^9}$        $\sqrt[5]{3^5}$        $\sqrt[3]{(-1)^3}$

ifadelerinin eşitlerini bulalım.

**Örnek:**  $x, y \in \mathbb{R}$  ve  $x < 0 < y$  olmak üzere

$\sqrt[5]{x^5} + \sqrt[2]{y^2} - \sqrt[8]{(x-y)^8}$  işleminin sonucu kaçtır?

$a, b \in \mathbb{Z}^+, n > 1$  ve  $x \in \mathbb{R}^+$  olmak üzere  $\sqrt[n]{x^a} = x^{\frac{a}{n}}$  dir.

**Örnek:** Aşağıda verilen üslü ifadeleri köklü ifadeler biçiminde yazıp değerlerini bulunuz.

$$3^{\frac{3}{5}}$$

$$16^{\frac{1}{2}}$$

$$8^{\frac{2}{3}}$$

$$2^{\frac{2}{3}}$$

$n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$  ve  $a \in \mathbb{R}^+$  ve  $x, y, z \in \mathbb{R}$  olmak üzere

$$x\sqrt[n]{a} + y\sqrt[n]{a} - z\sqrt[n]{a} = (x + y - z)\sqrt[n]{a} \text{ dir.}$$

**Örnek:**  $3\sqrt{12} - 4\sqrt{27} + \sqrt{48}$

işleminin sonucu kaçtır?

$n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$  ve  $x, y \in \mathbb{R}^+$  için  $\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x \cdot y}$  dir.

**Örnek:**  $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3}$  işleminin sonucu kaçtır?

$$n \in \mathbb{Z}^+, n > 1 \text{ ve } x, y \in \mathbb{R}^+ \text{ için } \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}} \text{ dir.}$$

**Örnek:**  $\frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}}$  işleminin sonucu kaçtır?

$$\sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n \cdot k]{x^{m \cdot k}} = \sqrt[k]{x^{\frac{m}{n}}} \text{ dir.}$$

**Örnek:**  $\sqrt[3]{x^5} \cdot \sqrt[5]{x^4}$  işleminin sonucu kaçtır?

**\* Kök dışındaki bir ifade kök içerisine alınırken ifadenin üssü kökün derecesi ile çarpılır.**

**Örnek:** Aşağıda verilen ifadelerin kat sayılarını kök içerisine alınız.

$$2\sqrt[3]{4}$$

$$4\sqrt{3}$$

**\* Çarpımı rasyonel sayı olan iki ifade birbirinin eşleniğidir.**

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b}) = a - b$$

**Örnek:** Aşağıda verilen ifadelerin eşleniklerini bulunuz.

$$\sqrt{3}$$

$$\sqrt{5} - \sqrt{2}$$

$$3 - \sqrt{2}$$

**Örnek:** Aşağıda verilen ifadelerin paydalarını rasyonel yapınız.

$$\frac{3}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

$\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}}$  biçimindeki köklü ifadelerde  $a = x + y$  ve  $b = x.y$  olmak üzere

$\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}} = \sqrt{x} \pm \sqrt{y}$  ( $x > y$ ) biçiminde yazılır.

**Örnek:**  $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$  işleminin sonucu kaçtır?

**Örnek:**  $\sqrt{4 - \sqrt{12}}$  işleminin sonucu kaçtır?

### Köklü İfade İçeren Denklemler

Değişkenin kök içerisinde yer aldığı denklemlerdir.

**Örnek:**  $\sqrt{x} - 2 = 5$   
denkleminin gerçel sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.

**Örnek:**  $\sqrt{9^{x+1}} = (\sqrt[3]{27})^x$   
denkleminin gerçel sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.

**\* Köklü ifade içeren denklemlerin çözümünden elde edilen değerin başlangıçtaki denklemi sağlayıp sağlamadığı kontrol edilmelidir.**

**Örnek:**  $\sqrt{x^2 - 5} = x - 5$   
denkleminin gerçel sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.