

Önermeler ve Bileşik Önermeler Konu Anlatımı ve Testleri, Önermeler ve Bileşik Önermeler, Önermeler Mantığı, Önerme, Önermelerin Gösterimi, Önermelerin Doğruluk Değeri, Denk Önermeler, Bir Önermenin Olumsuzluğu, Bileşik Önermeler, Veya İlemi (Bağlacı), Ve İlemi (Bağlacı), Birbiri Üzerine Dağılıma Özelliği, De Morgan Kuralları, Ya Da İlemi (Bağlacı), Kümeler ve Sembolik Mantık Arasındaki İlişki, İse Bağlacı, Koşullu Önermenin Karşılığı, Koşullu Önermenin Tersine, Koşullu Önermenin Karşılığı Tersine, Ancak ve Ancak Bağlacı, Gerektirme, Çift Gerektirme, Totoloji, Çelişki. 84 Örnek Soru, 71 Soruluk 5 Test.

I. ÖNERMELER MANTIĞI ✓

Matematik, doğru ve sistemli düşünme alışkanlığını kazandırmayı amaçlar. Bunun için de, sistemli ve doğru düşünme ile akıl yürütme kuralları bilgisi olan mantıkçı yararlanır.

Mantık, bütün bilimlerin temel metodu olduğu gibi elektrik devrelerinin, hesap makinelerinin genel teorisidir.

Mantık; klasik (Aristo) mantığı ve sembolik (matematiksel) mantık olmak üzere iki ana dala ayrılır. Sembolik mantık ise kendi içinde Önermeler Mantığı ve Niceleyiciler Mantığı olarak iki kısma ayrılır.

Bu bölümde inceleyeceğimiz sembolik mantığı iyi kavarsak bundan sonraki konuları daha kolay öğrenebiliriz.

A. TERİM

Bir bilim dalı içerisinde özel anlamı olan sözcüklerden her birine, o bilim dalının **terimleri** denir.

Bazı terimler tanımlıdır, bazıları da tanımsızdır. Bazı terimlerin tanımsız oluşunun nedeni, ya çok bilinen oluşu ya da tanımlanmasının çok zor oluşudur.

Nokta, küme, ... matematiğin tanımsız terimleridir.

Açı, fonksiyon, ... ise tanımlı terimleridir.

B. ÖNERME

1. Tanım

Doğru ya da yanlış bir hüküm bildiren ama aynı zamanda hem doğru hem de yanlış olmayan ifadelere **önerme** denir.

Örnek 1

"Sıfır doğal sayıdır.", "Bir haftada beş gün vardır." cümleleri birer önermedir.

"Bugün nasılsınız?", "Ay güzelim!" cümleleri herhangi bir hüküm bildirmedikleri için önerme değildir.

Aklınızda Bulunsun

- ➔ Bir cümlenin önerme olabilmesi için;
 - a. Kesin bir hüküm bildirmelidir.
 - b. Bu hüküm herkesce doğru ya da yanlış olmalıdır.
- ➔ Önermeler hem doğru hem yanlış olamazlar.
- ➔ Genel olarak; emir, soru, ünlem cümleleri, anlamsız cümleler önerme değildir.

2. Önermelerin Gösterimi

Önermeler genellikle p, q, r, s, t, u gibi harflerle gösterilir.

Örnek 2

p : " $3^2 = 9$ "

q : "Şubat ayı 30 gündür."

birer önermedir.

Etkinlik 1

Doğru - Yanlış

Aşağıda verilen bilgileri **doğru (D)** veya **yanlış (Y)** olarak işaretleyiniz.

1. p : "20 asal sayıdır." ifadesi önermedir.
2. q : "Gelir misin?" ifadesi önerme değildir.
3. r : "Nereye gidiyorsun?" ifadesi önermedir.
4. s : "5 sayısı 4'ten büyüktür" ifadesi önermedir.
5. t : "1 saat 60 dakikadır" ifadesi önermedir.
6. u : "Günaydın" ifadesi önerme değildir.

3. Önermelerin Doğruluk Değeri

Bir önerme doğru ya da yanlış hükümlerinden birini gösterir. Önermenin gösterdiği hükme, **önermenin doğruluk değeri** denir.

Bir önermenin doğru olması D ya da 1, yanlış olması Y ya da 0 (sıfır) ile gösterilir.

p doğru bir önerme ise $p = 1$ ile,

p yanlış bir önerme ise $p = 0$ ile gösterilir.

Örnek 3

p : "Bir gün 12 saattir." ✓

q : "2 + 3 = 3 + 2 dir." ✓

r : "Nereden geliyorsun?"

s : "Güle güle"

t : "0, tam sayıdır." ✓

İfadelerinden hangileri bir önermedir? Önerme olanların doğruluk değerini bulalım.

Çözüm

p, q ve t ifadeleri birer hüküm bildirdiğinden önermedir.

r ve s ifadesi hüküm bildirmedikinden önerme değildir.

p önermesi **yanlış** hüküm bildirdiğinden doğruluk değeri 1 dir.

q önermesi **doğru** hüküm bildirdiğinden doğruluk değeri 1 dir.

t önermesi **doğru** hüküm bildirdiğinden doğruluk değeri 1 dir.

Aklınızda Bulunsun

Doğruluk değerlerinin gösterildiği tabloya da **doğruluk tablosu** denir.

Bir önermenin iki doğruluk değeri vardır.

p önermesinin doğruluk değerleri aşağıdaki tablolardan biriyle gösterilir.

p	veya	p
D		1
Y		0

Örnek 4

p ve q herhangi iki önerme olsun. p doğru iken q doğru ya da yanlıştır. p yanlış iken q doğru ya da yanlıştır.

Buna göre, p ile q önermesinin dört doğruluk değeri vardır. p ve q önermesinin doğruluk tablosu aşağıdaki gibidir:

p	q
1	1
1	0
0	1
0	0

Aklınızda Bulunsun

n tane farklı önermenin doğruluk değeri için,

$$\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \dots 2}_{n \text{ tane}} = 2^n$$

tane farklı durum vardır. Buna göre, aşağıdaki tabloyu oluşturabiliriz:

Önerme Sayısı	Doğruluk Değeri
1	$2^1 = 2$
2	$2^2 = 4$
3	$2^3 = 8$
4	$2^4 = 16$
5	$2^5 = 32$
6	$2^6 = 64$
...	...
n	2^n

Örnek 5

$3n - 2$ farklı önerme için 128 doğruluk değeri olduğuna göre, n yi bulalım.

$3n - 2$ önerme için 2^{3n-2} doğruluk değeri vardır.

$$2^{3n-2} = 128 = 2^7 \text{ ise}$$

$$3n - 2 = 7$$

$$n = 3 \text{ tür.}$$

4. Denk Önermeler

Doğruluk değeri aynı olan iki önermeye **denk** (eşdeğer) önerme denir.

p ve q gibi iki önermenin birbirine denk olması $p \equiv q$ biçiminde gösterilir. " **p önermesi q önermesine denktir**" diye okunur.

r ve s gibi iki önermenin birbirine denk olmaması $r \not\equiv s$ biçiminde gösterilir. " **r önermesi s önermesine denk değildir**" diye okunur.

Örnek 6

$$p : "2^3 = 6"$$

$$q : "4 + 5 = 9"$$

$$r : "Türkiye'nin başkenti Ankara'dır."$$

$$s : "7 - 3 = 5"$$

önermelerinden; p ve s önermeleri yanlış olduğundan $p \equiv 0$ ve $s \equiv 0$ dir. q ve r önermeleri doğru olduğundan $q \equiv 1$ ve $r \equiv 1$ dir.

$$p \equiv 0, s \equiv 0 \text{ olduğundan } p \equiv s$$

$$q \equiv 1, r \equiv 1 \text{ olduğundan } q \equiv r$$

$$p \equiv 0, q \equiv 1 \text{ olduğundan } p \not\equiv q \text{ dur.}$$

5. Bir Önermenin Olumsuzu

Bir önermenin hükmünün değiştirilmesiyle elde edilen yeni önermeye **ilk önermenin olumsuzu** (değili) denir.

p önermesinin olumsuzu $\sim p$ ya da p' simgelerinden biri ile gösterilir.

Örnek 7

$$p : "13, \text{ asal sayıdır.}"$$

önermesinin değilini bulalım:

Verilen önermenin değili,

$$\sim p : "13, \text{ asal sayı değildir.}"$$

şeklindedir.

13 asal sayı olduğundan, p önermesinin doğruluk değeri 1 iken $\sim p$ önermesinin doğruluk değeri 0 dir.

Aklınızda Bulunsun

Matematikte sıkça kullanılan bazı semboller ile olumsuzları aşağıdaki tabloda verilmiştir:

Sembol	=	≠	<	>	≥	≤
Olumsuzu	≠	=	≥	≤	<	>

Örnek 8

$$q : "1 + 1^2 \neq 2"$$

önermesinin değilini bulalım:

Verilen önermenin değili,

$$\sim q : "1 + 1^2 = 2"$$

şeklindedir. Verilen q önermesinde bağıntı yanlış olduğundan, q önermesinin doğruluk değeri 0 iken $\sim q$ önermesinin doğruluk değeri 1 dir.

Örnek 9

$$r : "0 > -3"$$

önermesinin değilini bulalım:

Verilen önermenin değili,

$$\sim r : "0 \leq -3"$$

şeklindedir. Verilen r önermesinde bağıntı doğru olduğundan, r önermesinin doğruluk değeri 1 iken $\sim r$ önermesinin doğruluk değeri 0 olur.

Aklınızda Bulunsun

➔ p önermesi doğru ise $\sim p$ önermesi yanlıştır. Yani,

$$p \equiv 1 \text{ iken } \sim p \equiv 0 \text{ dir.}$$

➔ p önermesi yanlış ise, $\sim p$ önermesi doğrudur. Yani,

$$p \equiv 0 \text{ iken } \sim p \equiv 1 \text{ dir.}$$

Bu durumda, p ve $\sim p$ önermelerinin doğruluk tablosu aşağıdaki gibi olur:

p	$\sim p$
1	0
0	1

Örnek 10

q : "2 + 3 < 7" olmak üzere,

$\sim q$: "2 + 3 ≥ 7"

önermesinin değilini bulalım:

Verilen önermenin değili,

$\sim(\sim q)$: "2 + 3 < 7"

şeklindedir.

Bu durumda, $\sim(\sim q) \equiv q$ olduğunu görünüz.

Aklınızda Bulunsun

Bir p önermesinin deęilinin değili kendisine denktir. Bu ifade sembolik olarak $\sim(\sim p) \equiv p$ biçiminde gösterilir.

Aşağıdaki tabloda da bu durum görülmektedir:

p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
1	0	1
0	1	0

Etkinlik 2

Boşluk Doldurma

Aşağıda verilen cümlelerdeki boşlukları uygun şekilde doldurunuz.

- 6 farklı önerme için farklı doğruluk durumu vardır.
- p ve q önermelerinin doğruluk değerleri aynı ise biçiminde gösterilir.
- p önermesi için $p \equiv 0$ iken, $p' \equiv \underline{1}$ olur.
- " $3^2 + 1 = 10$ " önermesinin doğruluk değeri $\underline{1}$ olur.
- "21, asal sayıdır" önermesinin doğruluk değeri $\underline{1}$ olur.
- " $2^3 = 3^2$ " önermesinin değili $\underline{\text{aynısı}}$ olur.
- "Bir hafta 7 gündür." önermesinin değili (olumsuzu) $\underline{\text{Bir hafta 7 gün değildir}}$
- $\sim p \equiv 1$ iken, $p \equiv \underline{0}$ olur.

II. BİLEŞİK ÖNERMELER

En az iki önermenin "veya", "ve", "ya da", "se", "ancak ve ancak" gibi işlemlerle (bağlaçlarla) birbirlerine bağlanmasıyla elde edilen yeni önermelere **bileşik önermeler** denir.

Bileşik olmayan önermelere **basit önermeler** denir.

Örnek 11

Aşağıdaki bileşik önermeleri inceleyelim.

p : "2 + 3 = 8"

q : " $2^3 = 8$ " olduğuna göre,

(p veya q) : "2 + 3 = 8 veya $2^3 = 8$ "

(p ve q) : "2 + 3 = 8 ve $2^3 = 8$ "

(p ise q) : "2 + 3 = 8 ise $2^3 = 8$ "

olur.

Aklınızda Bulunsun

Sayılar arasında + (toplama), x (çarpma) nasıl birer işlem ise, veya, ve, ya da, ise, ancak ve ancak bağlaçları da önermeler arasında birer işlemdir.

Bağlaçlarla birbirine bağlanan önermelere **bileşik önermenin bileşenleri** denir.

A. Veya İşlemi (Bağlacı):

Veya bağlacını \vee simgesi ile göstereceğiz. Buna göre, p veya q bileşik önermesi $p \vee q$ biçiminde gösterilir.

$p \vee q$ bileşik önermesi, bileşenlerden en az birisi doğru iken doğru, her ikisi yanlış iken yanlıştır.

Buna göre, $p \vee q$ bileşik önermesinin doğruluk tablosu aşağıdaki gibidir.

p	q	$p \vee q$	
1	1	1	$1 \vee 1 \equiv 1$
1	0	1	$1 \vee 0 \equiv 1$
0	1	1	$0 \vee 1 \equiv 1$
0	0	0	$0 \vee 0 \equiv 0$

Örnek 12

p : "Aysu kütüphaneye gitti."

q : "Aysu kütüphaneye gitmedi."

olduğuna göre,

$(p \vee q)$: "Aysu kütüphaneye gitti veya gitmedi." olur.

p önermesi doğru ise, q önermesi yanlış, $p \vee q$ önermesi doğrudur.

p önermesi yanlış ise, q önermesi doğru, $p \vee q$ önermesi doğrudur.

Örnek 13

p : "2 + 3 = 6"

q : "4 - 3 = -1"

olduğuna göre,

$(p \vee q)$: "2 + 3 = 6 veya 4 - 3 = -1" olur.

Buradan;

$p \equiv 0$, $q \equiv 0$, $p \vee q \equiv 0 \vee 0 \equiv 0$ dir.

Örnek 14

$p' \equiv 0$ ve $q \equiv 1$

olduğuna göre, $p \vee q'$ bileşik önermesinin doğruluk değerini bulalım:

$p' \equiv 0$ iken $p \equiv 1$ dir.

$q \equiv 1$ iken $q' \equiv 0$ dir.

Buna göre,

$p \vee q' \equiv 1 \vee 0 \equiv 1$ dir.

$p' \vee q \equiv 0$ olduğuna göre, p ile q önermelerinin doğruluk değerlerini bulalım:

$p' \vee q$ bileşik önermesi her iki önerme yanlış iken yanlıştır.

Buradan, $p' \vee q \equiv 0$ ise ($p' \equiv 0$ ve $q \equiv 0$) olmalıdır.

$p' \equiv 0$ ise $p \equiv 1$ dir.

Buna göre, $p \equiv 1$, $q \equiv 0$ dir.

Örnek 16

$p \vee 1 \equiv 1$

denkliğini doğruluk tablosu yaparak gösterelim:

p	1	$p \vee 1$
1	1	1
0	1	1

Aklınızda Bulunsun

- ➔ $p \vee p \equiv p$
- ➔ $p \vee q \equiv q \vee p$ (Değişme özelliği)
- ➔ $p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$ (Birleşme özelliği)
- ➔ $p \vee 1 \equiv 1 \vee p \equiv 1$
- ➔ $p \vee 0 \equiv 0 \vee p \equiv p$
- ➔ $p \vee p' \equiv p' \vee p \equiv 1$

Örnek 17

$p \vee q \equiv q \vee p$

denkliğini doğruluk tablosu yaparak gösterelim:

p	q	$p \vee q$	$q \vee p$
1	1	1	1
1	0	1	1
0	1	1	1
0	0	0	0

Örnek 18

$(p \vee 0) \vee p'$

bileşik önermesinin denk olduğu ifadeyi bulalım:

$(p \vee 0) \vee p' \equiv p \vee p' \equiv 1$

olur. Bu denkliği doğruluk tablosunu yaparak görelim:

p	0	$p \vee 0$	p'	$(p \vee 0) \vee p'$
1	0	1	0	1
0	0	0	1	1

Etkinlik 3

Doğru - Yanlış

Aşağıda verilen bilgileri doğru (D) veya yanlış (Y) olarak işaretleyiniz.

- $0 \vee 1 \equiv 1$ dir.
- $p \equiv 1$ ve $q \equiv 0$ ise $p' \vee q \equiv 1$ dir.
- $p \vee q \equiv 0$ ise ($p \equiv 0$ ve $q \equiv 0$) dir.
- $p \vee q \equiv 1$ ise ($p \equiv 1$ ve $q \equiv 1$) dir.
- " $-1 + 1 = 0$ veya $6 < 2^2$ " bileşik önermesinin doğruluk değeri 0 dir.
- " $3^4 = 64$ veya $(-2)^4 < 2^2$ " bileşik önermesinin doğruluk değeri 0 dir.
- $p \vee q' \equiv 0$ ise $p \vee q \equiv 1$ dir.
- $(1 \vee 1) \vee (1 \vee 0) \equiv 1$ dir.

Etkinlik 4

Eşleştirme

Aşağıdaki bileşik önermeleri denklemleri ile eşleştiriniz.

Önerme	Denk Önerme
$q \vee q$ 1	a) p
$p \vee 1$ 2	b) 1
$p \vee 0$ 3	c) q
$q \vee q'$ 4	d) 0
	e) q'
	f) p'

B. Ve İşlemi (Bağlacı):

Ve bağlacını \wedge simgesi ile göstereceğiz. Buna göre, p ve q bileşik önermesi $p \wedge q$ biçiminde gösterilir.

$p \wedge q$ bileşik önermesi, bileşenlerin her ikisi de doğru iken doğru, diğer durumlarda yanlıştır.

Buna göre, $p \vee q$ bileşik önermesinin doğruluk tablosu aşağıdaki gibidir:

p	q	$p \wedge q$	
1	1	1	$1 \wedge 1 \equiv 1$
1	0	0	$1 \wedge 0 \equiv 0$
0	1	0	$0 \wedge 1 \equiv 0$
0	0	0	$0 \wedge 0 \equiv 0$

Örnek 19

p : "4 + 3 = 5"

q : "7 > 3"

olduğuna göre, $p \equiv 0$ ve $q \equiv 1$ dir.

Buna göre,

$(p \wedge q)$: "4 + 3 = 5 ve 7 > 3" olur.

$p \equiv 0$, $q \equiv 1$ ise $p \wedge q \equiv 0 \wedge 1 \equiv 0$ dir.

Örnek 20

$p' \equiv 0$ ve $q \equiv 1$

olduğuna göre, $p \wedge q$ bileşik önermesinin doğruluk değerini bulalım:

$p' \equiv 0$ iken $p \equiv 1$ dir.

Buna göre,

$p \wedge q \equiv 1 \wedge 1 \equiv 1$ dir.

Örnek 21

$p' \wedge q \equiv 1$ olduğuna göre, p ile q önermelerinin doğruluk değerini bulalım:

$p' \wedge q$ bileşik önermesi her iki önerme doğru iken doğrudur.

Buradan, $p' \wedge q \equiv 1$ ise ($p' \equiv 1$ ve $q \equiv 1$) olmalıdır.

$p' \equiv 1$ ise $p \equiv 0$ dir.

Buna göre, $p \equiv 0$, $q \equiv 1$ dir.

Örnek 22

$$p \wedge 1 \equiv p$$

denkliğini doğruluk tablosu yaparak gösterelim:

p	1	$p \wedge 1$
1	1	1
0	1	0

Aklınızda Bulunsun

- $p \wedge p \equiv p$
- $p \wedge q \equiv q \wedge p$ (Değişme özelliği)
- $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$ (Birleşme özelliği)
- $p \wedge 1 \equiv 1 \wedge p \equiv p$
- $p \wedge 0 \equiv 0 \wedge p \equiv 0$
- $p \wedge p' \equiv p' \wedge p \equiv 0$

Örnek 23

$$p \wedge q \equiv q \wedge p$$

denkliğini doğruluk tablosu yaparak gösterelim:

p	q	$p \wedge q$	$q \wedge p$
1	1	1	1
1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	0	0

Örnek 24

$$(p \wedge 1) \wedge p'$$

bileşik önermesinin denk olduğu ifadeyi bulalım:

$$(p \wedge 1) \wedge p' \equiv p \wedge p' \equiv 0$$

olur. Bu denkliği doğruluk tablosunu yaparak görelim:

p	1	$p \wedge 1$	p'	$(p \wedge 1) \wedge p'$
1	1	1	0	0
0	1	0	1	0

Etkinlik 5

Doğru - Yanlış

Aşağıda verilen bilgileri doğru (D) veya yanlış (Y) olarak işaretleyiniz.

- $0 \wedge 1 \equiv 1$ dir.
- $p \equiv 1$ ve $q \equiv 0$ ise $p' \wedge q \equiv 0$ dir.
- $p \wedge q \equiv 0$ ise $(p \equiv 0$ ve $q \equiv 0)$ dir.
- $p \wedge q \equiv 1$ ise $(p \equiv 1$ ve $q \equiv 1)$ dir.
- " $-1 + 1 = 0$ ve $6 < 2^2$ " bileşik önermesinin doğruluk değeri 0 dir.
- " $3^4 = 64$ ve $(-2)^4 < 2^2$ " bileşik önermesinin doğruluk değeri 0 dir.
- $p \wedge q' \equiv 1$ ise $p \wedge q \equiv 1$ dir.
- $(0 \wedge p) \wedge (1 \wedge p) \equiv 0$ dir.

Etkinlik 6

Eşleştirme

Aşağıdaki bileşik önermeleri denklemleri ile eşleştiriniz.

Önerme	Denk Önerme
$q \wedge q$ 1	a p
$p \wedge 1$ 2	b 1
$p \wedge 0$ 3	c q
$q \wedge q'$ 4	d 0
	e q'
	f p'

Örnek 25

$$[(1 \vee 0) \wedge 0] \wedge 1$$

bileşik önergemesinin denk olduğu ifadeyi bulalım.

Çözüm

$$\begin{aligned} [(1 \vee 0) \wedge 0] \wedge 1 &\equiv [1 \wedge 0] \wedge 1 \\ &\equiv 0 \wedge 1 \\ &\equiv 0 \end{aligned}$$

Örnek 26

$$(p \vee 1) \wedge (q \wedge q')$$

önergemesine denk olan önergemeyi bulalım.

Çözüm

$p \vee 1 \equiv 1$ ve $q \wedge q' \equiv 0$ olduğunu görmüştük. Buna göre,

$$\begin{aligned} (p \vee 1) \wedge (q \wedge q') &\equiv 1 \wedge 0 \\ &\equiv 0 \text{ olur.} \end{aligned}$$

1. \vee ve \wedge İşlemlerinin Birbiri Üzerine Dağılma Özelliği

\wedge nin \vee üzerine dağılma özelliği :

$$\rightarrow p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$\rightarrow (q \vee r) \wedge p \equiv (q \wedge p) \vee (r \wedge p)$$

\vee nin \wedge üzerine dağılma özelliği :

$$\rightarrow p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

$$\rightarrow (q \wedge r) \vee p \equiv (q \vee p) \wedge (r \vee p)$$

Örnek 27

$$(p \wedge q) \vee (p \wedge q')$$

önergemesine denk olan önergemeyi bulalım.

Çözüm

$$\begin{aligned} (p \wedge q) \vee (p \wedge q') &\equiv p \wedge (q \vee q') \\ &\equiv p \wedge 1 \\ &\equiv p \end{aligned}$$

Örnek 28

$$(p \vee q) \wedge (p' \vee q)$$

önergemesine denk olan önergemeyi bulalım:

$$\begin{aligned} (p \vee q) \wedge (p' \vee q) &\equiv (p \wedge p') \vee q \\ &\equiv 0 \vee q \\ &\equiv q \end{aligned}$$

Örnek 29

$$p \wedge (p \vee q')$$

önergemesine denk olan önergemeyi bulalım.

Çözüm

$p \vee 0 \equiv p$ olmak üzere,

$$\begin{aligned} p \wedge (p \vee q') &\equiv (p \vee 0) \wedge (p \vee q') \\ &\equiv p \vee (0 \wedge q') \text{ (Dağılma özelliği)} \\ &\equiv p \vee 0 \\ &\equiv p \text{ olur.} \end{aligned}$$

2. De Morgan Kuralları

p ve q önermeleri için aşağıdaki denklıklar vardır :

$$\rightarrow (p \vee q)' \equiv p' \wedge q'$$

$$\rightarrow (p \wedge q)' \equiv p' \vee q'$$

Bu kurallara **De Morgan kuralları** denir.

Örnek 30

"x = 2 dir veya x > 5 tir."

önermesinin olumsuzunu (değilini) yazalım.

$$(x = 2 \text{ dir veya } x > 5 \text{ tir.})'$$

$$\equiv (x = 2 \text{ dir.})' \text{ ve } (x > 5 \text{ tir.})'$$

$$\equiv (x \neq 2 \text{ dir.}) \text{ ve } (x \leq 5 \text{ tir.})$$

Örnek 31

$$p \equiv 0$$

$$q \equiv 1$$

$$r \equiv 0$$

olduğuna göre, $[p \vee (q' \wedge r)]'$ ifadesinin doğruluk değerini bulalım.

$$[p \vee (q' \wedge r)]' \equiv [0 \vee (1' \wedge 0)]'$$

$$\equiv [0 \vee (0 \wedge 0)]'$$

$$\equiv (0 \vee 0)'$$

$$\equiv (0)'$$

$$\equiv 1$$

Örnek 32

$$(p \wedge q)' \equiv p' \vee q'$$

olduğunu doğruluk tablosu kullanarak gösterelim:

Aşağıdaki tabloda, $(p \wedge q)' \equiv p' \vee q'$ olduğu görülmektedir:

p	q	p'	q'	p ∧ q	(p ∧ q)'	p' ∨ q'
1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1



Örnek 33

$$[(p' \wedge q)' \wedge p']'$$

bileşik önermesinin en sade biçimini bulalım.

Çözüm

$$[(p' \wedge q)' \wedge p']'$$

$$\equiv [(p' \wedge q)']' \vee (p) \quad (\text{De Morgan})$$

$$\equiv (p' \wedge q) \vee p$$

$$\equiv (p' \vee p) \wedge (q \vee p) \quad (\vee \text{ nin } \wedge \text{ üzerinde sağdan dağılıma özelliği})$$

$$\equiv 1 \wedge (q \vee p)$$

$$\equiv q \vee p \text{ olur.}$$

Örnek 34

$$[p \wedge (p' \vee q)]' \vee q$$

bileşik önermesini **en sade** biçimde yazalım.

Çözüm

1. Yol:

$$[p \wedge (p' \vee q)]' \vee q \equiv [p' \vee (p' \vee q)'] \vee q \quad (\text{De Morgan})$$

$$\equiv [p' \vee ((p')' \wedge q')] \vee q$$

$$\equiv [p' \vee (p \wedge q')] \vee q$$

$$\equiv [(p' \vee p) \wedge (p' \vee q')] \vee q \quad (\text{Dağılıma öz.})$$

$$\equiv [1 \wedge (p' \vee q')] \vee q$$

$$\equiv (p' \vee q') \vee q \quad (\text{Birleşme öz.})$$

$$\equiv p' \vee (q' \vee q)$$

$$\equiv p' \vee 1$$

$$\equiv 1$$

2. Yol:

Verilen bileşik önermenin tablosunu yapalım.

p	q	p'	p' ∨ q	[(p ∧ (p' ∨ q))' = r]	r'	r' ∨ q
1	1	0	1	1	0	1
1	0	0	0	0	1	1
0	1	1	1	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1

Etkinlik 8

Doğru - Yanlış

Aşağıda verilen bilgileri doğru (D) veya yanlış (Y) olarak işaretleyiniz.

1. $(p' \wedge q)' \equiv p \wedge q'$
2. "1, asal sayıdır veya 2 çift sayı değildir." önermesinin olumsuzu "1, asal sayı değildir ve 2 çift sayıdır." şeklindedir.
3. " $4 < 5$ ve $(-3)^2 \neq -9$ " önermesinin olumsuzu " $4 \geq 5$ veya $(-3)^2 = -9$ " şeklindedir.
4. $(p' \vee q)' \equiv 0$ ise $p' \vee q \equiv 1$ olur.

C. Ya Da İşlemi (\vee Bağlacı)

p ile q önermesinin ya da bağlacıyla bağlanmış, p ya da q bileşik önermesi $p \vee q$ biçiminde gösterilir.

$p \vee q$ bileşik önermesi, bileşenlerden sadece birinin doğru olduğu durumlarda doğru, diğer durumlarda yanlıştır.

Buna göre, $p \vee q$ bileşik önermesinin doğruluk tablosu aşağıdaki gibidir:

p	q	$p \vee q$	
1	1	0	$1 \vee 1 \equiv 0$
1	0	1	$1 \vee 0 \equiv 1$
0	1	1	$0 \vee 1 \equiv 1$
0	0	0	$0 \vee 0 \equiv 0$

Örnek 35

"1, çift sayıdır ya da 4 asal sayıdır." önermesi ya da bağlacıyla bağlanmış bileşik bir önermedir.

Örnek 36

$$p \vee p' \equiv 1$$

denliğini doğruluk tablosunda gösterelim:

p	p'	$p \vee p'$
1	0	1
0	1	1

Aklınızda Bulunsun

- ➔ $p \vee p \equiv 0$
- ➔ $p \vee q \equiv q \vee p$ (Değişme özelliği)
- ➔ $p \vee 1 \equiv 1 \vee p \equiv p'$
- ➔ $p \vee 0 \equiv 0 \vee p \equiv p$
- ➔ $p \vee p' \equiv p' \vee p \equiv 1$

Örnek 37

$$(\neg q \vee q) \vee (1 \wedge p)$$

önermesine denk olan önermeyi bulalım:

$$\neg q \vee q \equiv 1 \text{ dir.}$$

$$1 \wedge p \equiv p \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$(\neg q \vee q) \vee (1 \wedge p) \equiv 1 \vee p \equiv \neg p \text{ olur.}$$

Örnek 38

$$(p \vee q) \vee q$$

bileşik önermesine ait doğruluk tablosunu oluşturalım:

p	q	$p \vee q$	$(p \vee q) \vee q$
1	1	0	1
1	0	1	1
0	1	1	1
0	0	0	0

Örnek 39

$$p \vee q' \equiv p' \vee q$$

denliğini doğruluk tablosunda gösterelim:

p	q	p'	q'	$p \vee q'$	$p' \vee q$
1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1

D. ELEKTRİK DEVRELERİ

Bir elektrik devresinde, akımın lambaya ulaşması, anahtarın akımı geçirmesine, akımın lambaya ulaşmaması, anahtarın akımı geçirmemesine bağlıdır.

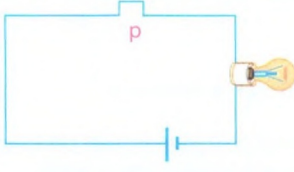
Akımın geçip geçmemesini aşağıdaki şekilde gösteririz.



Sonuç olarak, elektrik anahtarı için iki durum söz konusudur. Üstteki şekilde anahtar açık olup akım geçmez ve alttaki şekilde de anahtar kapalı olup akım geçer.

Elektrik anahtarına p adı verilirse; p nin akım geçirmesi durumu 1 ile, akım geçirmemesi durumu ise 0 ile gösterilir.

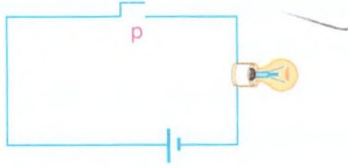
Aklınızda Bulunsun



Yukarıdaki elektrik devresinde p anahtarı kapalı olduğundan akım geçer ve lamba yanar.

Bu durumda doğruluk değeri $p = 1$ olur.

Aklınızda Bulunsun



Yukarıdaki elektrik devresinde p anahtarı açık olduğundan akım geçmez ve lamba yanmaz.

Bu durumda doğruluk değeri $p = 0$ olur.

a. Seri Bağlama

Seri bağlamada dört durum vardır.

1. Durum : Aşağıda p ile q seri bağlıdır. p ve q anahtarları kapalı olduğundan bu hattan akım geçmez.



2. Durum : Aşağıda p ile q seri bağlıdır. p ve q açık olduğundan bu hattan akım geçmez.



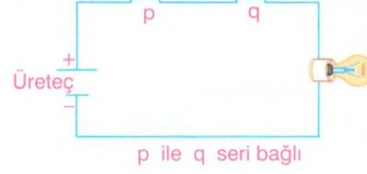
3. Durum : Aşağıda p ile q seri bağlıdır. p de akım geçer ama q dan akım geçmez. Dolayısıyla bu hattan akım geçmez.



4. Durum : Aşağıda p ile q seri bağlıdır. p de akım geçmez ama q dan akım geçer. Dolayısıyla bu hattan akım geçmez.



1. Durumu, aşağıdaki gibi çizebiliriz.



Diğer durumlar da anahtarların kapalı veya açık olma durumuna göre aynı şekilde gösterilebilir.

Anahtarlar yukarıdaki gibi bağlandığında seri bağlanmış olur ve bu durum $p \wedge q$ biçiminde ifade edilir.

Aklınızda Bulunsun

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

p ile q seri bağlı ise bu devreden akım geçip geçmemesi $p \wedge q$ işleminin sonucuna göre belirlenir. Yani, **seri bağlamada \wedge sembolü** kullanılır.

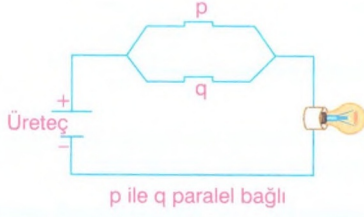
- ➔ p ve q dan akım geçiyor ($p = 1$ ve $q = 1$) ise $1 \wedge 1 = 1$ olduğundan devreden akım geçer.
- ➔ p den akım geçiyor ama q dan akım geçmiyor ($p = 1$ ve $q = 0$) ise $1 \wedge 0 = 0$ olduğundan devreden akım geçmez.
- ➔ p den akım geçmiyor ama q dan akım geçiyor ($p = 0$ ve $q = 1$) ise $0 \wedge 1 = 0$ olduğundan devreden akım geçmez.
- ➔ p den de q dan da akım geçmiyor ($p = 0$ ve $q = 0$) ise $0 \wedge 0 = 0$ olduğundan devreden akım geçmez.

Örnek 40

p, q ve r anahtarları seri bağlı ise aşağıdaki şekilde gösterilebilir:

**b. Paralel Bağlama**

Anahtarlar, aşağıdaki gibi akım en az iki kola ayrılacak şekilde ise paralel bağlanmış olur ve bu durum $p \vee q$ biçiminde ifade edilir.

**Aklınızda Bulunsun**

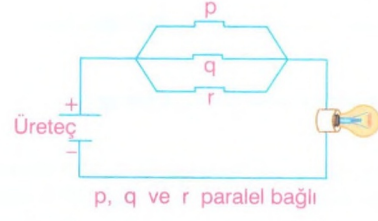
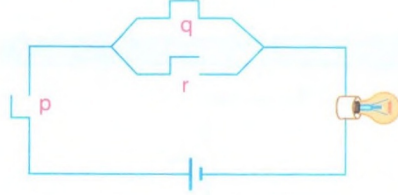
p ile q paralel bağlı ise bu devreden akım geçip geçmemesi $p \vee q$ işleminin sonucuna göre belirlenir. Yani, paralel bağlamada \vee sembolü kullanılır.

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

- ➔ p ve q dan akım geçiyor ($p \equiv 1$ ve $q \equiv 1$) ise $1 \vee 1 \equiv 1$ olduğundan devreden akım geçer.
- ➔ p den akım geçiyor ama q dan akım geçmiyor ($p \equiv 1$ ve $q \equiv 0$) ise $1 \vee 0 \equiv 1$ olduğundan devreden akım geçer.
- ➔ p den akım geçmiyor ama q dan akım geçiyor ($p \equiv 0$ ve $q \equiv 1$) ise $0 \vee 1 \equiv 1$ olduğundan devreden akım geçer.
- ➔ p den de q dan da akım geçmiyor ($p \equiv 0$ ve $q \equiv 0$) ise $0 \vee 0 \equiv 0$ olduğundan devreden akım geçmez.

Örnek 41

p, q ve r anahtarları paralel bağlı ise aşağıdaki şekilde gösterilebilir:

**Örnek 42**

Yukarıda verilen devreye uygun bileşik önermeyi yazıp lambanın yanıp yanmayacağını bulalım:

q ve r anahtarları paralel bağlıdır. Bu durumda, $q \vee r$ dir.

p anahtarı ile $(q \vee r)$ seri bağlanmıştır. Buna göre, devreye uygun bileşik önerme:

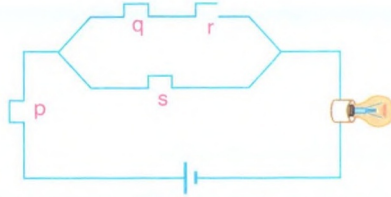
$$p \wedge (q \vee r) \text{ olur.}$$

Şimdi devreden akım geçip geçmeyeceğini bulalım.

$$p \equiv 0, q \equiv 1 \text{ ve } r \equiv 0 \text{ dir.}$$

$$p \wedge (q \vee r) \equiv 0 \wedge (1 \vee 0) \equiv 0 \wedge 1 \equiv 0 \text{ olur.}$$

Bu durumda, devreden akım geçmez ve lamba yanmaz.

Örnek 43

Yukarıda verilen devreye uygun bileşik önermeyi yazıp lambanın yanıp yanmayacağını bulalım.

Çözüm

q ve r anahtarları seri bağlıdır. Bu durumda,

$$q \wedge r \text{ dir.}$$

s anahtarı ile $(q \wedge r)$ paralel bağlanmıştır. Buna göre,

$$s \vee (q \wedge r) \text{ dir.}$$

p anahtarı ile $[s \vee (q \wedge r)]$ seri bağlanmıştır. Buna göre, devreye uygun bileşik önerme:

$$p \wedge [s \vee (q \wedge r)] \text{ olur.}$$

Şimdi devreden akım geçip geçmeyeceğini bulalım.

$$p \equiv 1, q \equiv 1, r \equiv 0 \text{ ve } s \equiv 1 \text{ dir.}$$

$$p \wedge [s \vee (q \wedge r)] \equiv 1 \wedge [1 \vee (1 \wedge 0)]$$

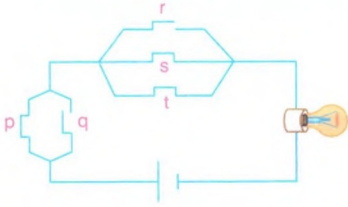
$$\equiv 1 \wedge (1 \vee 0)$$

$$\equiv 1 \wedge 1$$

$$\equiv 1 \text{ olur.}$$

Bu durumda, devreden akım geçer ve lamba yanar.

Örnek 44



Yukarıda verilen devreye uygun bileşik önermeyi yazıp lambanın yanıp yanmayacağını bulalım:

p ve q anahtarları paralel bağlıdır. Bu durumda,

$$p \vee q \text{ dur.}$$

r, s ve t anahtarları paralel bağlıdır. Bu durumda,

$$r \vee s \vee t \text{ dir.}$$

$(p \vee q)$ ile $(r \vee s \vee t)$ seri bağlanmıştır. Buna göre, devreye uygun bileşik önerme:

$$(p \vee q) \wedge (r \vee s \vee t) \text{ olur.}$$

Şimdi devreden akım geçip geçmeyeceğini bulalım.

$$p \equiv 1, q \equiv 0, r \equiv 0, s \equiv 1 \text{ ve } t \equiv 1 \text{ dir.}$$

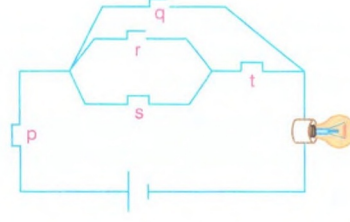
$$(p \vee q) \wedge (r \vee s \vee t) \equiv (1 \vee 0) \wedge (0 \vee 1 \vee 1)$$

$$\equiv 1 \wedge 1$$

$$\equiv 1 \text{ olur.}$$

Bu durumda, devreden akım geçer ve lamba yanar.

Örnek 45



Yukarıda verilen devreye uygun bileşik önermeyi yazıp lambanın yanıp yanmayacağını bulalım:

Çözüm

Devreye uygun bileşik önerme:

$$p \wedge \{q \vee [(r \vee s) \wedge t]\} \text{ olur.}$$

Şimdi devreden akım geçip geçmeyeceğini bulalım.

$$p \equiv 1, q \equiv 0, r \equiv 0, s \equiv 1 \text{ ve } t \equiv 1 \text{ dir.}$$

$$p \wedge \{q \vee [(r \vee s) \wedge t]\} \equiv 1 \wedge \{0 \vee [(0 \vee 1) \wedge 1]\}$$

$$\equiv 1 \wedge \{0 \vee [1 \wedge 1]\}$$

$$\equiv 1 \wedge \{0 \vee 1\}$$

$$\equiv 1 \wedge 1$$

$$\equiv 1 \text{ olur.}$$

Bu durumda, devreden akım geçer ve lamba yanar.

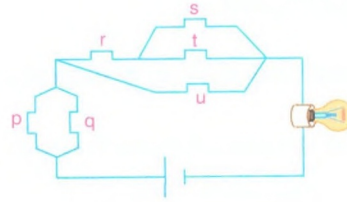
Örnek 46

$$(p \vee q) \wedge \{u \vee [r \wedge (s \vee t)]\}$$

bileşik önermesine karşılık gelen elektrik devresini çiziniz.

Çözüm

Verilenlere göre elektrik devresi aşağıdaki gibi olur.



E. KÜMELER ve SEMBOLİK MANTIK ARASINDAKİ İLİŞKİ

Kümeleri birer önerme olarak düşünürsek, sembolik mantıkta kullanılan bazı sembol ile gösterimler arasında aşağıdaki ilişkilendirmeler yapılabilir:

Sembolik Mantık	Kümeler
0	\emptyset
1	E
\vee	\cup
\wedge	\cap
'	'
\equiv	=

Aklınızda Bulunsun

Sembolik Mantık	Kümeler
$p \wedge p' \equiv 0$	$A \cap A' = \emptyset$
$p \vee p' \equiv 1$	$A \cup A' = E$
$p \vee 0 \equiv p$	$A \cup \emptyset = A$
$p \wedge 1 \equiv p$	$A \cap E = A$
$(p \vee q)' \equiv p' \wedge q'$	$(A \cup B)' = A' \cap B'$
$(p \wedge q)' \equiv p' \vee q'$	$(A \cap B)' = A' \cup B'$

Örnek 47

$$p \vee (q \wedge q') \equiv p$$

yukarıda sembolik mantıkta verilen denkleğin kümelerdeki karşılığını yazalım:

p ve q önermeleri sırasıyla A ve B kümelerine karşılık gelsin.

Buna göre, verilen denkleğin kümelerdeki karşılığı

$$A \cup (B \cap B') = A \cup \emptyset = A \text{ olur.}$$

Örnek 48

Kümelerde verilen

$$(A \cap B)' = A' \cup B$$

eşitliğinin sembolik mantıkta karşılığını yazalım:

A ve B kümeleri sembolik mantıkta p ve q önermelerine karşılık gelsin.

Buna göre, verilen eşitliğin sembolik mantıktaki karşılığı,

$$(p \wedge q)' \equiv p' \vee q \text{ olur.}$$

Örnek 49

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

Yukarıda sembolik mantıkta verilen denkleğin kümelerdeki karşılığını yazalım:

p, q ve r önermeleri sırasıyla A, B ve C kümelerine karşılık gelsin.

Buna göre, verilen denkleğin kümelerdeki karşılığı,

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \text{ olur.}$$

Etkinlik 9

Eşleştirme

Aşağıdaki bileşik önermeleri denklemleri ile eşleştiriniz.

Küme	Sembolik Mantık
$A' \cap E = A'$ 1	a $p \wedge 1 \equiv p$
$A \cup B = B \cup A$ 2	b $p \vee (0 \vee p') \equiv 1$
$A \cup (\emptyset \cap E) = A$ 3	c $p \vee 0 \equiv 0 \vee p$
$A \cup (\emptyset \cup A') = E$ 4	d $p \vee (0 \wedge 1) \equiv p$
	e $p' \wedge 1 \equiv p'$
	f $p \vee q \equiv q \vee p$

F. İSE BAĞLACI

p ve q önermeleri için, **ise** bağlacı ile bağlanmış iki önerme $p \Rightarrow q$ biçiminde gösterilir ve bu bileşik önermeye **koşullu önerme** denir.

$p \Rightarrow q$ koşullu önermesinde p ye **hipotez**, q ya **hüküm** denir.

$p \Rightarrow q$ **bileşik önermesi, bileşenlerden birincisi (p) doğru, ikincisi (q) yanlış olduğunda yanlış; diğer durumlarda doğrudur.**

Buna göre, $p \vee q$ bileşik önermesinin doğruluk tablosu aşağıdaki gibidir.

p	q	$p \Rightarrow q$	
1	1	1	$1 \Rightarrow 1 \equiv 1$
1	0	0	$1 \Rightarrow 0 \equiv 0$
0	1	1	$0 \Rightarrow 1 \equiv 1$
0	0	1	$0 \Rightarrow 0 \equiv 1$

Örnek 50

$$p : "3^2 = 6"$$

$$q : "2 + 3 = 6"$$

önermeleri için $p \Rightarrow q$ bileşik önermesini yazıp doğruluk değerini bulalım:

$$p \Rightarrow q : "3^2 = 6 \text{ ise } 2 + 3 = 6" \text{ olur.}$$

p önermesi yanlış olduğundan $p \equiv 0$ dir.

q önermesi yanlış olduğundan $q \equiv 0$ dir.

Buna göre,

$$p \Rightarrow q \equiv 0 \Rightarrow 0 \equiv 1 \text{ dir.}$$

Örnek 51

$$p : "4 \text{ sayısı } 3 \text{ ten büyüktür.}"$$

$$q : "3 \text{ sayısı } 2 \text{ den küçüktür.}"$$

$$(p \Rightarrow q) : "4 \text{ sayısı } 3 \text{ ten büyük ise } 3 \text{ sayısı } 2 \text{ den küçüktür.}"$$

Burada, $p \equiv 1$, $q \equiv 0$ olduğundan

$$(p \Rightarrow q) \equiv (1 \Rightarrow 0) \equiv 0 \text{ dir.}$$

Örnek 52

$$(x = 1 \wedge y = 4) \Rightarrow (x + y = 5)$$

önermesinin doğruluk değerini bulalım:

$$x = 1 \wedge y = 4 \text{ olduğunda } x + y = 1 + 4 = 5 \text{ tir.}$$

Bu durumda, verilen önermenin doğruluk değeri 1 dir.

Örnek 53

$$(x \cdot y = 6) \Rightarrow (x = 2 \wedge y = 3)$$

önermesinin doğruluk değerini bulalım:

$x \cdot y = 6$ olduğunda x ve y başka değerlerde olabilir. Örneğin, $(x = 1, y = 6)$, $(x = -6, y = -1)$ olabilir.

Bu durumda, verilen önermenin doğruluk değeri 0 dir.

Örnek 54

$$p \Rightarrow q' \equiv 0$$

olduğuna göre, p ile q önermelerinin doğruluk değerini bulalım:

" $p \Rightarrow q'$ koşullu önermesi; p doğru, q' yanlış olduğunda yanlıştır.

Buradan, $p \Rightarrow q' \equiv 0$ iken $p \equiv 1$, $q' \equiv 0$ olmalıdır.

$q' \equiv 0$ iken $q \equiv 1$ dir.

Buna göre, $p \equiv 1$, $q \equiv 1$ dir.

Aklınızda Bulunsun

$$\rightarrow p \Rightarrow p \equiv 1$$

$$\rightarrow p \Rightarrow 0 \equiv p'$$

$$\rightarrow p \Rightarrow 1 \equiv 1$$

$$\rightarrow 0 \Rightarrow p \equiv 1$$

$$\rightarrow 1 \Rightarrow p \equiv p$$

$$\rightarrow p \Rightarrow p' \equiv p'$$

Örnek 55

$$p' \Rightarrow p \equiv p$$

denkliğinin doğruluk tablosu kullanarak gösterelim:

p	p'	$p' \Rightarrow p$
1	0	1
0	1	0

Tablodan da görüleceği gibi,

$$p' \Rightarrow p \equiv p \text{ d\u00fcr.}$$

a. Koşullu Önermenin Karşıtı

$p \Rightarrow q$ önermesinde p ve q önermelerinin yerleri değiştirilerek elde edilen önermeye $p \Rightarrow q$ önermesinin karşıtı denir.

$p \Rightarrow q$ bileşik önermesinin karşıtı $q \Rightarrow p$ dir.

Örnek 56

"Yağmur yağıyor ise Ali yağmurluk giyer."

bileşik önermesinin karşıtını yazalım.

Bu önermede,

p : "Yağmur yağıyor." ve q : "Ali yağmurluk giyer." olsun.

Bu durumda, $p \Rightarrow q$ bileşik önermesinin karşıtı olan $q \Rightarrow p$ önermesi "Ali yağmurluk giyer ise yağmur yağıyor." şeklinde olur.

b. Koşullu Önermenin Tersini

$p \Rightarrow q$ önermesinde p ve q önermelerinin olumsuzları alınarak elde edilen önermeye $p \Rightarrow q$ önermesinin tersi denir.

$p \Rightarrow q$ bileşik önermesinin tersi $p' \Rightarrow q'$ d\u00fcr.

Örnek 57

"Bug\u00fcn pazar ise Neşe sinemaya gider."

bileşik önermesinin tersini yazalım.

Bu önermede,

p : "Bug\u00fcn pazar" ve q : "Neşe sinemaya gider" olsun.

Bu durumda, $p \Rightarrow q$ bileşik önermesinin tersi olan $p' \Rightarrow q'$ önermesi "Bug\u00fcn pazar değıl ise Neşe sinemaya gitmez." şeklinde olur.

c. Koşullu Önermenin Karşıt Tersini

$p \Rightarrow q$ önermesinde p ve q önermelerinin hem olumsuzları alınıp hem de yerleri değıştirildiğinde elde edilen önermeye $p \Rightarrow q$ önermesinin karşıt tersi denir.

$p \Rightarrow q$ bileşik önermesinin karşıt tersi $q' \Rightarrow p'$ d\u00fcr.

Örnek 58

"Yarın salı ise Sinem alışverişe gider."

bileşik önermesinin karşıt tersini yazalım:

Bu önermede,

p : "yarın salı" ve q : "Sinem alışverişe gider." olsun.

Bu durumda, $p \Rightarrow q$ bileşik önermesinin karşıt tersi olan $q' \Rightarrow p'$ önermesi "Sinem alışverişe gitmez ise yarın salı değıldir." şeklinde olur.

Örnek 59

p : "Eşkenar üçgenin kenar uzunlukları eşittir."

q : "Eşkenar üçgenin iç açılarının ölç\u00fcleri eşittir."

olduğuna göre, $p \Rightarrow q$ önermesinin karşıtını, tersini, karşıt tersini bulalım:

($p \Rightarrow q$) : "Üçgenin kenar uzunlukları eşit ise iç açılarının ölç\u00fcleri eşittir."

olduğuna göre,

Karşıtı : "Üçgenin iç açılarının ölç\u00fcleri eşit ise kenar uzunlukları eşittir."

Tersi : "Üçgenin kenar uzunlukları eşit değıl ise iç açılarının ölç\u00fcleri eşit değıldir."

Karşıt tersi : "Üçgenin iç açılarının ölç\u00fcleri eşit değıl ise kenar uzunlukları eşit değıldir."

Aklınızda Bulunsun

Koşullu önerme ile "veya" bağlacılı bileşik önerme arasında aşağıdaki ilişki vardır:

$$p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$$

Örnek 60

"5 asal sayı ise 6 çift sayıdır."

koşullu önermesini veya bağlacına bağlı olarak yazalım:

$p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$ olduğuna göre, verilen önermenin veya bağlacı ile yazılışı

"5 asal sayı değil veya 6 çift sayıdır." şeklindedir.

Örnek 61

$$(q \Rightarrow p) \vee p'$$

bileşik önermesini en sade biçimde yazalım:

$$\begin{aligned} (q \Rightarrow p) \vee p' &\equiv (q' \vee p) \vee p' \\ &\equiv q' \vee (p \vee p') \quad (\text{Birleşme özelliği}) \\ &\equiv q' \vee 1 \\ &\equiv 1 \end{aligned}$$

Örnek 62

$$(p \Rightarrow q') \wedge (p' \Rightarrow q')$$

bileşik önermesini en sade biçimde yazalım:

$$\begin{aligned} (p \Rightarrow q') \wedge (p' \Rightarrow q') &\equiv (p' \vee q') \wedge (p \vee q') \\ &\equiv (p' \wedge p) \vee q' \quad (\text{Dağılım özelliği}) \\ &\equiv 0 \vee q' \\ &\equiv q' \end{aligned}$$

Örnek 63

$$(p \Rightarrow q') \Rightarrow p$$

bileşik önermesini en sade biçimde yazalım:

$$\begin{aligned} (p \Rightarrow q') \Rightarrow p &\equiv (p' \vee q') \Rightarrow p \\ &\equiv (p' \vee q')' \vee p \\ &\equiv (p \wedge q) \vee p \\ &\equiv (p \vee p) \wedge (q \vee p) \quad (\text{Dağılım özelliği}) \\ &\equiv (p \vee 0) \wedge (p \vee q) \\ &\equiv p \vee (0 \wedge q) \quad (\text{Dağılım özelliği}) \\ &\equiv p \vee 0 \\ &\equiv p \end{aligned}$$

Örnek 64

$$(p \Rightarrow q)' \vee (p' \vee q)$$

bileşik önermesini en sade biçimde yazalım:

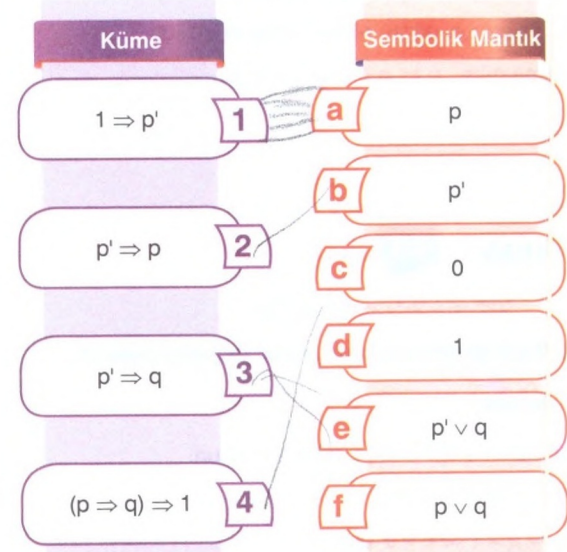
$$(p \Rightarrow q)' \vee (p' \vee q) \equiv (p' \vee q)' \vee (p' \vee q) \quad \dots (\star)$$

(\star) ifadesinde $r \equiv p' \vee q$ olsun. Bu durumda,

$$(p \Rightarrow q)' \vee (p' \vee q) \equiv r' \vee r \equiv 1 \quad \text{olur.}$$

Etkinlik 10**Eşleştirme**

Aşağıdaki bileşik önermeleri denklemleri ile eşleştiriniz.



G. ANCAK ve ANCAK BAĞLACI

p ile q önermelerinin **ancak ve ancak** bağlacıyla bağlanmasından oluşan p ancak ve ancak q bileşik önermesi $p \Leftrightarrow q$ biçiminde gösterilir.

$p \Leftrightarrow q$ bileşik önermesine **iki yönlü koşullu önerme** denir.

$p \Leftrightarrow q$ bileşik önermesi, bileşenlerden biri doğru, diğeri yanlış olduğunda yanlış; diğer durumlarda doğrudur.

Buna göre, $p \Leftrightarrow q$ bileşik önermesinin doğruluk tablosu aşağıdaki gibidir.

p	q	$p \Leftrightarrow q$	
1	1	1	$1 \Leftrightarrow 1 \equiv 1$
1	0	0	$1 \Leftrightarrow 0 \equiv 0$
0	1	0	$0 \Leftrightarrow 1 \equiv 0$
0	0	1	$0 \Leftrightarrow 0 \equiv 1$

Örnek 65

p : "1, tek sayıdır."

q : "0, çift sayıdır."

önermeleri için $p \Leftrightarrow q$ bileşik önermesini yazıp doğruluk değerini bulalım.

Çözüm

$p \Leftrightarrow q$: "1, tek sayıdır ancak ve ancak 0, çift sayıdır." şeklindedir.

p önermesi doğru olduğundan $p \equiv 1$ dir.

q önermesi doğru olduğundan $q \equiv 1$ dir.

Buna göre, $p \Leftrightarrow q \equiv 1 \Leftrightarrow 1 \equiv 1$ dir.

Örnek 66

" $(2^4 = (-2)^4) \Leftrightarrow (3^2 < 2^3)$ "

bileşik önermesinin doğruluk değerini bulalım.

Çözüm

p : " $2^4 = (-2)^4$ " q : " $3^2 < 2^3$ " olsun.

$p \equiv 1$ ve $q \equiv 0$ dir.

$p \Leftrightarrow q \equiv 1 \Leftrightarrow 0 \equiv 0$ olur.

Örnek 67

$$(0 \Leftrightarrow 0) \Rightarrow (0 \Leftrightarrow 1)$$

bileşik önermesinin doğruluk değerini bulalım.

Çözüm

$$(0 \Leftrightarrow 0) \Rightarrow (0 \Leftrightarrow 1) \equiv 1 \Rightarrow 0 \equiv 0 \text{ olur.}$$

Örnek 68

$$p \vee q' \equiv 0$$

olduğuna göre, $p' \Leftrightarrow q$ bileşik önermesinin doğruluk değerini bulalım.

Çözüm

$p \vee q' \equiv 0$ ise ($p \equiv 0$ ve $q' \equiv 0$ dir.

$q' \equiv 0$ iken $q \equiv 1$ dir.

$p \equiv 0$ iken $p' \equiv 1$ dir.

Buna göre,

$$p' \Leftrightarrow q \equiv 1 \Leftrightarrow 1 \equiv 1 \text{ olur.}$$

Aklınızda Bulunsun

$p \Rightarrow q$ ile $q \Rightarrow p$ koşullu önermelerinin \wedge bağlacı ile bağlanmasıyla oluşan bileşik önerme $p \Leftrightarrow q$ biçiminde gösterilir.

$$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv p \Leftrightarrow q$$

şeklindedir. Bu denkleği tablo ile gösterelim:

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1

Örnek 69

$$"(x = 3) \leftrightarrow (2x = 6)"$$

bileşik önermesinin doğruluk değerini bulalım.

Çözüm

p : "x = 3" ve q : "2x = 6" olsun.

$p \Rightarrow q$: x = 3 ise $2x = 2 \cdot 3 = 6$ dir. Bu durumda,

$$p \Rightarrow q \equiv 1 \text{ dir.}$$

$q \Rightarrow p$: $2x = 6$ ise $x = 3$ tür. Bu durumda,

$$q \Rightarrow p \equiv 1 \text{ dir.}$$

Buna göre, $p \leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv 1 \wedge 1 \equiv 1$ olur.

Aklınızda Bulunsun

- ➔ $p \leftrightarrow p \equiv 1$
- ➔ $p \leftrightarrow 0 \equiv p'$
- ➔ $p \leftrightarrow 1 \equiv p$
- ➔ $p \leftrightarrow p' \equiv 0$

Örnek 70

$$p' \leftrightarrow 1 \equiv p'$$

denkliğini doğruluk tablosu ile gösterelim:

p	p'	1	$p' \leftrightarrow 1$
1	0	1	0
0	1	1	1

Örnek 71

$$(p \leftrightarrow 0) \Rightarrow (p' \leftrightarrow 1)$$

bileşik önermesini en sade biçimde yazalım:

$$\begin{aligned} (p \leftrightarrow 0) \Rightarrow (p' \leftrightarrow 1) &\equiv p' \Rightarrow p' \\ &\equiv (p')' \vee p' \\ &\equiv p \vee p' \\ &\equiv 1 \end{aligned}$$

Örnek 72

$$(p \leftrightarrow 1) \vee (q \leftrightarrow 0) \equiv q \Rightarrow p$$

olduğunu önermeler cebirini kullanarak gösterelim:

$$\begin{aligned} (p \leftrightarrow 1) \vee (q \leftrightarrow 0) &\equiv p \vee q' \\ &\equiv q' \vee p \\ &\equiv q \Rightarrow p \end{aligned}$$

Aklınızda Bulunsun

Ancak ve ancak bağlacının değili:

$$(p \leftrightarrow q)' \equiv p' \leftrightarrow q \equiv p \leftrightarrow q'$$

Örnek 73

$$(p \leftrightarrow q)' \equiv p' \leftrightarrow q$$

denkliğini doğruluk tablosu yaparak gösterelim:

p	p'	q	$p \leftrightarrow q$	$(p \leftrightarrow q)'$	$p' \leftrightarrow q$
1	0	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	0

Örnek 74

$$(p \leftrightarrow q)' \equiv p \vee q$$

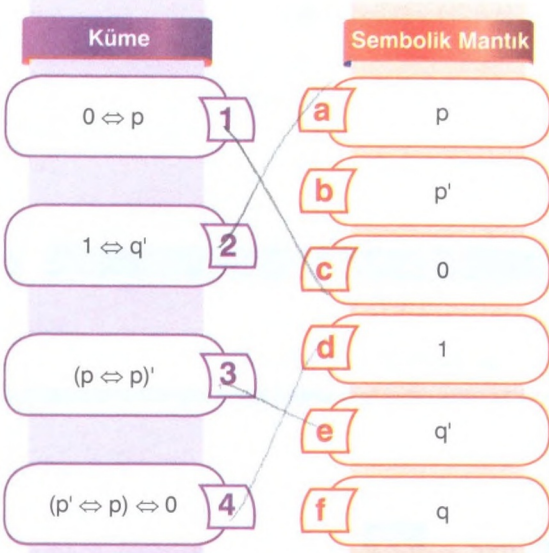
denkliğini doğruluk tablosu yaparak gösterelim:

p	q	$p \vee q$	$p \leftrightarrow q$	$(p \leftrightarrow q)'$
1	1	1	1	0
1	0	1	0	1
0	1	1	0	1
0	0	0	1	0

Etkinlik 11

Eşleştirme

Aşağıdaki bileşik önergeleri denkları ile eşleştiriniz.



1. Gerektirme

$p \Rightarrow q$ önergemesinin doğruluk değeri 1 ise, bu koşullu önermeye **gerekltirme** denir.

$p \Rightarrow q \equiv 1$ olduğunda p önergemesi q önergemesini gerektiriyor denir.

$p \Rightarrow q$ bileşik önergemesinde, p ye **yeter koşul**, q ya da **gerek koşul** denir.

Örnek 75

$$(p \wedge q) \Rightarrow q$$

önergemesinin bir gerekltirme olduğunu gösterelim.

Çözüm

$$\begin{aligned} (p \wedge q) \Rightarrow q &\equiv (p \wedge q)' \vee q \\ &\equiv (p' \vee q') \vee q \\ &\equiv p' \vee (q' \vee q) \\ &\equiv p' \vee 1 \\ &\equiv 1 \end{aligned}$$

olduğundan, $(p \wedge q) \Rightarrow q$ bir gerekltirmedir.

Örnek 76

"3 tek sayı ise 4 tek sayıdır."

önergemesinin bir gerekltirme olup olmadığını araştıralım:

$$3 \text{ tek sayı} \Rightarrow 4 \text{ tek sayı} \equiv 1 \Rightarrow 0 \equiv 0$$

olduğundan, "3 tek sayı ise 4 tek sayıdır." bir gerekltirme değildir.

2. Çift Gerektirme

$p \leftrightarrow q$ önergemesinin doğruluk değeri 1 ise, bu koşullu önermeye **çift gerekltirme** denir.

$p \leftrightarrow q$ çift gerekltirmesinde p ile q birbirinin gerek ve yeter koşuldur.

Örnek 77

$$"x = 1 \leftrightarrow x^2 = 1"$$

iki yönlü önergemesinin bir çift gerekltirme olup olmadığını araştıralım.

Çözüm

$$\begin{aligned} x = 1 \leftrightarrow x^2 = 1 &\equiv (x = 1 \Rightarrow x^2 = 1) \wedge (x^2 = 1 \Rightarrow x = 1) \\ &\equiv 1 \wedge 0 \\ &\equiv 0 \text{ olur.} \end{aligned}$$

($x = 1$ ise $x^2 = 1$ doğrudur. Fakat $x^2 = 1$ ise $x = \pm 1$ olacağından bu önerme yanlıştır.

Bu durumda, " $x = 1 \leftrightarrow x^2 = 1$ " iki yönlü koşullu önergemesi bir çift gerekltirme değildir.

Örnek 78

$$"6 = 3 \leftrightarrow 36 = 9"$$

iki yönlü önergemesinin bir çift gerekltirme olup olmadığını araştıralım.

Çözüm

$$\begin{aligned} 6 = 3 \leftrightarrow 36 = 9 &\equiv 0 \leftrightarrow 0 \\ &\equiv 1 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Bu durumda, " $6 = 3 \leftrightarrow 36 = 9$ " iki yönlü koşullu önergemesi bir çift gerekltirmedir.

H. TOTOLOJİ ve ÇELİŞKİ

1. Totoloji

Kendisini oluşturan basit önermelerin her değeri için daima doğru (1) olan bileşik önermeye **totoloji** denir.

Örneğin: p önermesi için $p \vee p' \equiv 1$ olduğundan $p \vee p'$ totolojidir.

Örnek 79

$$(p' \wedge q)' \vee q$$

önermesinin bir totoloji olduğunu önermeler cebirini kullanarak gösterelim:

$$\begin{aligned} (p' \wedge q)' \vee q &\equiv (p \vee q') \vee q \quad (\text{De Morgan Kuralı}) \\ &\equiv p \vee (q' \vee q) \quad (\text{Birleşme özelliği}) \\ &\equiv p \vee 1 \\ &\equiv 1 \end{aligned}$$

olduğuna göre, $(p' \wedge q)' \vee q$ bir totolojidir.

Örnek 80

$$(q \Rightarrow 1) \Leftrightarrow (p' \vee p)$$

bileşik önermesinin totoloji olduğunu gösterelim:

$$\begin{aligned} (q \Rightarrow 1) \Leftrightarrow (p' \vee p) &\equiv 1 \Leftrightarrow 1 \\ &\equiv 1 \end{aligned}$$

olduğuna göre, $(q \Rightarrow 1) \Leftrightarrow (p' \vee p)$ bir totolojidir.

Örnek 81

$$q' \Rightarrow (q \Rightarrow p)$$

bileşik önermesinin totoloji olduğunu gösterelim:

$$\begin{aligned} q' \Rightarrow (q \Rightarrow p) &\equiv q' \Rightarrow (q' \vee p) \\ &\equiv (q')' \vee (q' \vee p) \\ &\equiv q \vee (q' \vee p) \quad (\text{Birleşme özelliği}) \\ &\equiv (q \vee q') \vee p \\ &\equiv 1 \vee p \\ &\equiv 1 \end{aligned}$$

olduğuna göre, $q' \Rightarrow (q \Rightarrow p)$ bir totolojidir.

2. Çelişki

Kendisini oluşturan basit önermelerin her değeri için daima yanlış (0) olan bileşik önermeye **çelişki** denir.

Örneğin: p önermesi için $p \wedge p' \equiv 0$ olduğundan $p \wedge p'$ çelişkidir.

Örnek 82

$$(q \vee p)' \wedge p$$

önermesinin bir çelişki olduğunu önermeler cebirini kullanarak gösterelim:

$$\begin{aligned} (q \vee p)' \wedge p &\equiv (q' \wedge p') \wedge p \quad (\text{De Morgan Kuralı}) \\ &\equiv q' \wedge (p' \wedge p) \quad (\text{Birleşme özelliği}) \\ &\equiv q' \wedge 0 \\ &\equiv 0 \end{aligned}$$

olduğuna göre, $(q \vee p)' \wedge p$ bir çelişkidir.

Örnek 83

$$(p' \Rightarrow q)' \vee (p \wedge q')$$

bileşik önermesini inceleyelim:

$$\begin{aligned} (p' \Rightarrow q)' \vee (p \wedge q') &\equiv (p \vee q)' \vee (p \wedge q') \\ &\equiv (p' \wedge q') \vee (p \wedge q') \\ &\equiv (p' \vee p) \wedge q' \\ &\equiv 1 \wedge q' \\ &\equiv q' \end{aligned}$$

olduğuna göre, $(p' \Rightarrow q)' \vee (p \wedge q')$ önermesi hem totoloji değildir hem de çelişki değildir.

Örnek 84

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)'$$

bileşik önermesinin çelişki olduğunu gösterelim:

$$\begin{aligned} p \Rightarrow q \equiv r \text{ olsun. Bu durumda } (p \Rightarrow q)' &\equiv r' \text{ olur.} \\ (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)' &\equiv r \Leftrightarrow r' \\ &\equiv 0 \end{aligned}$$

olduğuna göre, $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)'$ bir çelişkidir.

1.

$$p' \vee q \equiv 0$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisinin doğruluk değeri 1 dir?

- A) $p \wedge q$ B) p' C) q
D) $p \wedge q'$ E) $p' \wedge q'$

2.

$$p : "(-4)^3 = -12"$$

$$q : "3^3 < 4^4"$$

$$r : "En küçük asal sayı 2'dir."$$

önermeleri veriliyor.

Buna göre, $(p \wedge q) \vee r'$ önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) $\sim p \wedge q$ B) $\sim p \vee q$ C) $\sim p$
D) 1 E) 0

3.

$$(p' \vee q)' \wedge r \equiv 1$$

olduğuna göre, p, q ve r önermelerinin doğruluk değerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1, 1, 1 B) 1, 0, 1 C) 0, 1, 1
D) 1, 1, 0 E) 0, 1, 1

4.

$$[(p \vee q) \wedge (p \vee q')] \wedge p'$$

bileşik önermesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) p'
D) $p \vee q$ E) $p \wedge q$

5.

$$p : "3 \text{ tek sayıdır veya } -2^2 = -4"$$

bileşik önermesinin değili (olumsuzu) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) " $-2^2 \neq -4$ veya 3 tek sayı değildir."
B) " $-2^2 = -4$ ve 3 tek sayı değildir."
C) " $-2^2 = -4$ veya 3 tek sayı değildir."
D) "3 tek sayıdır ve $-2^2 = -4$ "
E) "3 tek sayı değildir ve $-2^2 \neq -4$ "

6.

$$\sim [p \vee (q \wedge p')]$$

önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) $p' \wedge q'$ B) $p' \vee q'$ C) $p' \wedge q$
D) $p \wedge q'$ E) 0

7. Aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?

I. $(p' \vee q)' \equiv p \wedge q'$

II. $(p \wedge r)' \equiv p \vee r'$

III. $(p \wedge 1)' \equiv 1$

IV. $(p \vee 0)' \equiv 1$

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8.

$$(p' \wedge q) \vee r$$

önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) $(p' \vee r) \wedge (q \vee r)$ B) $(p' \wedge r) \vee (q \vee r)$
C) $(p' \wedge q) \vee (q \wedge r)$ D) $(p' \vee r) \wedge (q \wedge r)$
E) $p' \wedge (q \vee r)$

9. Olumsuzu,

p': "4 ≥ 5 veya hava güneşli."

olan bileşik önerme aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) "4 < 5 ve hava güneşli değil."
 B) "4 < 5 veya hava güneşli değil."
 C) "Hava güneşli değil ve 4 ≤ 5."
 D) "Hava güneşli değil veya 4 ≤ 5."
 E) "4 > 5 veya hava güneşli değil."

10.

I. $(1 + 4 < 6) \vee (|-1| = -1) \equiv 1$

II. $(3 - 2 = 5) \vee [2^3 > 5^3] \equiv 1$

III. $(1 \text{ çift sayı}) \vee (-1 \text{ tek sayı}) \equiv 0$

denkliklerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I
 B) I ve II
 C) Yalnız III
 D) I ve III
 E) I, II ve III

11. Sembolik mantıkta ifadesi,

$$(p' \vee q)' \wedge q \equiv 0$$

olan ifadenin kümelerdeki karşılığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(A' \cup B)' \cap B = E$
 B) $(A' \cup B)' \cap B = \emptyset$
 C) $(A' \cap B)' \cup B = E$
 D) $(A' \cap B)' \cup B = \emptyset$
 E) $(A' \cap B)' \cup A = \emptyset$

12.

I. $A \cup A' = E \rightarrow p \vee p' \equiv 1$

II. $A \cup \emptyset = A \rightarrow p \vee 0 \equiv p$

III. $A \cap B' = \emptyset \rightarrow p \vee q' \equiv 0$

IV. $(A')' = A \rightarrow (p')' \equiv p$

Sembolik mantıktaki ve kümelerdeki karşılığı verilen yukarıdaki eşleştirmelerden kaç tanesi doğrudur?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

13.

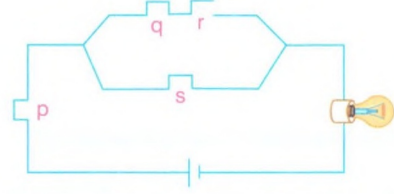
p : "-11 negatif bir tam sayıdır."

q : " $(-3)^2 + 1 = 11$ "

olduğuna göre, $(p' \wedge q)$ bileşik önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) "-11 negatif bir tam sayıdır ve $(-3)^2 + 1 = 11$ "
 B) "-11 negatif bir tam sayıdır veya $(-3)^2 + 1 \neq 11$ "
 C) " $(-3)^2 + 1 \neq 11$ veya -11 negatif bir tam sayı değildir."
 D) " $(-3)^2 + 1 = 11$ ve -11 negatif bir tam sayıdır."
 E) " $(-3)^2 + 1 = 11$ ve -11 negatif bir tam sayı değildir."

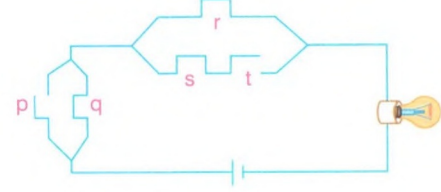
14.



Yukarıda verilen devrede lambanın yanıp yanmayacağını gösteren denklik aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1 \wedge [(1 \vee 0) \wedge 1] \equiv 1$
 B) $1 \wedge [(1 \wedge 0) \vee 1] \equiv 1$
 C) $1 \wedge [(1 \wedge 0) \vee 1] \equiv 0$
 D) $1 \vee [(1 \wedge 0) \vee 1] \equiv 1$
 E) $1 \vee [(1 \vee 0) \wedge 1] \equiv 1$

15.



Yukarıdaki elektrik devresine ait olan denklik ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(p \vee q) \wedge [r \vee (s \vee t)] \equiv 1$
 B) $(p \vee q) \wedge [r \vee (s \wedge t)] \equiv 0$
 C) $(p \vee q) \wedge [r \vee (s \wedge t)] \equiv 1$
 D) $(p \vee q) \wedge [r \wedge (s \vee t)] \equiv 0$
 E) $(p \wedge q) \vee [r \wedge (s \vee t)] \equiv 1$

1.

p : "Ali ders çalışır."

q : "Ali oyun oynar."

önermeleri veriliyor.

Buna göre, $p \Rightarrow q$ koşullu önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) Ali ders çalışır ise oyun oynar.
 B) Ali ders çalışır ve oyun oynar.
 C) Ali ders çalışır veya oyun oynar.
 D) Ali ders çalışmaz ise oyun oynamaz.
 E) Ali ders çalışmaz ise oyun oynar.

2. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $1 \Rightarrow 1 \equiv 1$ B) $0 \Rightarrow 1 \equiv 1$
 C) $1 \Rightarrow 0 \equiv 0$ D) $0 \Rightarrow 0 \equiv 1$
 E) $0 \Rightarrow p \equiv 0$

3.

p \equiv 0q \equiv 1**olduğuna göre, aşağıdaki önermelerden hangisinin doğruluk değeri 0 dır?**

- A) $p' \vee q$ B) $p' \wedge q$ C) $p \Rightarrow q$
 D) $p \Rightarrow q'$ E) $p' \Leftrightarrow q'$

4.

 $p' \Rightarrow q \equiv 0$ **olduğuna göre, aşağıdaki önermelerden hangisinin doğruluk değeri 0 dır?**

- A) $p \Rightarrow q$ B) $q' \Rightarrow p$ C) $p' \wedge q'$
 D) $p' \vee q$ E) $p \vee q'$

5.

 $(p \Rightarrow q)'$ **önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?**

- A) 1 B) $p' \vee q$ C) $p \vee q'$
 D) $p \wedge q'$ E) $p' \wedge q$

6. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $1 \Leftrightarrow 1 \equiv 1$ B) $0 \Leftrightarrow 1 \equiv 0$
 C) $1 \Leftrightarrow 0 \equiv 0$ D) $0 \Leftrightarrow 0 \equiv 1$
 E) $0 \Leftrightarrow p \equiv p$

7.

 $p' \Leftrightarrow 1$ **ifadesinin en sade hâli aşağıdakilerden hangisidir?**

- A) 0 B) 1 C) p D) p' E) Hiçbiri

8.

p \equiv 1q \equiv 0**olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?**

- A) $p \Rightarrow q \equiv 0$ B) $p \Rightarrow q' \equiv 1$
 C) $p' \Rightarrow q \equiv 1$ D) $p \Leftrightarrow q \equiv 0$
 E) $p' \Leftrightarrow q \equiv 0$

9.

$$(p \Rightarrow q) \vee r \equiv 0$$

olduğuna göre, aşağıdaki önermelerden hangisinin doğruluk değeri 1 dir?

- A) $p \Rightarrow r$ B) $p' \Leftrightarrow q'$ C) $q' \Rightarrow r$
D) $p' \vee q$ E) $r' \wedge p$

10.

$$(x = 2) \Rightarrow (x^2 = 4)$$

koşullu önermesinin karşıtı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x = 2) \Rightarrow (x^2 = 4)$ B) $(x^2 = 4) \Rightarrow (x = 2)$
C) $(x \neq 2) \Rightarrow (x^2 \neq 4)$ D) $(x^2 = 4) \Rightarrow (x = \pm 2)$
E) $(x^2 \neq 4) \Rightarrow (x \neq 2)$

11.

p : "Sevgi spor yapar"

q : "Sevgi çalışkandır."

önermeleri veriliyor.

Buna göre, $p \Rightarrow q$ önermesinin karşıt tersi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) Sevgi spor yapmaz ise çalışkan değildir.
B) Sevgi spor yapmaz ise çalışkandır.
C) Sevgi çalışkan ise spor yapar.
D) Sevgi çalışkan değilse spor yapmaz.
E) Sevgi çalışkan değilse spor yapar.

12.

$$p \wedge (p \Rightarrow q')$$

önermesinin değili (olumsuzu) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) p' B) $p' \vee q$ C) $p \wedge q'$
D) $q \vee p$ E) $p \vee q'$

13.

$$(p \wedge q) \Rightarrow (p \Leftrightarrow q)$$

bileşik önermesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) p D) q E) $p \vee q$

14. Aşağıdakilerden hangisi bir gerektirmedir?

- A) 2 asal sayı ise 3 asal sayı değildir.
B) 3 tek sayı ise 5 çift sayıdır.
C) $p \Rightarrow 0$
D) $1 \Rightarrow p$
E) $2 \cdot 3 = 6$ ise 6 asal sayı değildir.

15. Aşağıdakilerden hangisi çelişkidir?

- A) $(1 \Rightarrow p)'$ B) $(p \Rightarrow 1)'$ C) $1 \Leftrightarrow p$
D) $p' \vee 0$ E) $p' \Leftrightarrow p'$

16. Aşağıdakilerden hangisi totolojidir?

- A) $p \Rightarrow 0$ B) $1 \Rightarrow p'$ C) $p \vee 0$
D) $p \Leftrightarrow p'$ E) $p' \Leftrightarrow p'$

17. Aşağıdakilerden hangisi çift gerektirmedir?

- A) 3 asal sayıdır \Leftrightarrow 4 tek sayıdır.
B) $x = 6 \Leftrightarrow x^2 = 36$
C) $1 > 2 \Leftrightarrow 3 < 4$
D) $1 + 2 = 4 \Leftrightarrow 2 + 3 = 6$
E) $p \Leftrightarrow 1$

1.

p : "Barış başarılıdır."

q : "Barış sağlıklıdır."

önermeleri veriliyor.

Buna göre, $q' \Rightarrow p$ önermesi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) Barış başarılı değildir ve Barış sağlıklı değildir.
 B) Barış başarılı değildir veya Barış sağlıklıdır.
 C) Barış başarılı değildir veya Barış sağlıklı değildir.
 D) Barış başarılıdır veya Barış sağlıklı değildir.
 E) Barış başarılı veya sağlıklıdır.

2.

 $p \vee (q \Rightarrow r) \equiv 0$ **olduğuna göre, aşağıdaki önermelerden hangisinin doğruluk değeri 1 dir?**

- A) $p \wedge q$ B) $q \vee r$ C) $q \wedge r$
 D) $p \wedge q'$ E) $r \wedge p'$

3.

 $p' \equiv 1$ $q \equiv 0$ **olduğuna göre, aşağıdaki önermelerden hangisinin doğruluk değeri 1 dir?**

- A) $p \wedge q'$ B) $p' \Rightarrow q$ C) $p \wedge q$
 D) $p \Leftrightarrow q$ E) $p \vee q$

4. Aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $p' \wedge q' \equiv (p \wedge q)'$ B) $p' \wedge q \equiv q' \vee p$
 C) $p' \Leftrightarrow q \equiv p \wedge q$ D) $p' \Rightarrow q \equiv p \vee q$
 E) $p \Rightarrow p' \equiv 0$

5.

 $s \equiv q \vee p$ $w \equiv s'$ $u \equiv p' \Rightarrow w$ **olduğuna göre, u bileşik önermesinin değili (olumsuzu) aşağıdakilerden hangisidir?**

- A) p' B) $p' \wedge q$ C) $p \vee q$
 D) $q \wedge p$ E) $q \vee p'$

6.

 $(p \Rightarrow q) \Rightarrow q$ **bileşik önermesinin indirgenmiş (en sade) biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

- A) 1 B) 0 C) $p' \vee q$
 D) $p' \wedge q'$ E) $p \vee q$

7.

 $[(p \Rightarrow q) \wedge p'] \Rightarrow p'$ **bileşik önermesinin indirgenmiş (en sade) biçimi aşağıdakilerden hangisine daima denktir?**

- A) p' B) 1 C) 0 D) p E) q

8.

I. $(p' \wedge q')' \equiv p \vee q$ II. $p \vee 1 \equiv 1$ III. $p' \Leftrightarrow p \equiv 1$ **Yukarıdaki denklıklarden hangileri daima doğrudur?**

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve II E) II ve III

9.

$$[(p' \leftrightarrow q') \vee (p \leftrightarrow q)]$$

bileşik önermesinin doğruluk değerini bulmak için başka bir bilgiye gerek var mıdır, varsa bu bilgi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) p nin doğruluk değerinin verilmesi gerekir.
 B) Başka bir bilgiye gerek yoktur.
 C) q nun doğruluk değerinin verilmesi gerekir.
 D) $p \vee p$ nin doğruluk değerinin verilmesi gerekir.
 E) $p \leftrightarrow q$ nun doğruluk değerinin verilmesi gerekir.

10.

$$(x = -2) \Rightarrow (x^2 = 4)$$

koşullu önermesinin tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x \neq -2) \Rightarrow (x^2 \neq 4)$
 B) $(x = -2) \Rightarrow (x^2 \neq 4)$
 C) $(x^2 \neq 4) \Rightarrow (x \neq -2)$
 D) $(x^2 \neq 4) \Rightarrow (x = -2)$
 E) $(x^2 = 4) \Rightarrow (x = -2)$

11. Aşağıdaki bileşik önermelerden hangisi çelişkidir?

- A) $p \Rightarrow p$ B) $p \Rightarrow p'$ C) $p \vee p$
 D) $p \wedge p$ E) $p \wedge p'$

12.

$$[(p \wedge q) \Rightarrow (p \wedge q)]'$$

bileşik önermesi aşağıdakilerden hangisine da-
ima eşittir?

- A) p B) q C) 1 D) 0 E) p'

13. $(p \Rightarrow q)$: "Hava yağmurlu ise yollar ıslaktır."

bileşik önermesinin karşıt tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) "Yollar ıslak değilse hava yağmurlu değildir."
 B) "Yollar ıslak ise hava yağmurlu değildir."
 C) "Yollar ıslak değilse hava yağmurludur."
 D) "Hava yağmurlu değilse yollar ıslaktır."
 E) "Hava yağmurlu ise yollar ıslak değildir."

14. Aşağıdakilerden hangisi gerektirmez?

- A) "x = 3 ise $2x = 4$ tür."
 B) "x > 1 ise $x^2 < 1$ dir."
 C) "x ≠ 4 ise $x^2 = 16$ dir."
 D) "x > 5 ise $x^3 > 125$ tir."
 E) " $x^2 = 9$ ise x = 3 tür."

15. Aşağıdakilerden hangisi çift gerektirmez?

- A) $x = 4 \Leftrightarrow 2x + 1 = 7$
 B) $x = 0 \Leftrightarrow |x| = 0$
 C) $3 > 4 \Leftrightarrow 5 < 6$
 D) $x = 1 \Leftrightarrow |x| = 1$
 E) $x^2 = 36 \Leftrightarrow 2x = 12$

16. Aşağıdaki bileşik önermelerden hangisi tautolojidir?

- A) $p \wedge p'$ B) $(p \vee 0)'$
 C) $p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$ D) $p \wedge 0$
 E) $(p \leftrightarrow p)'$

1. Aşağıdakilerden hangisi bir önerme değildir?

- A) Dünya kendi ekseni etrafında döner.
B) 1 saat 60 dakikadır.
C) Nasılsınız?
D) 2 asal sayıdır.
E) $1 + 2 > 3$

2.

p : "Sevgi zekidir."

q : "Sevgi çalışkandır."

önermeleri veriliyor.

Buna göre, $p' \wedge q$ önermesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Sevgi zeki ise çalışkandır.
B) Sevgi zeki ve çalışkandır.
C) Sevgi zeki değil ve çalışkandır.
D) Sevgi zeki değil ise çalışkandır.
E) Sevgi zeki değil ise çalışkan da değildir.

3. Aşağıdaki önermeden hangisinin doğruluk değeri 1 dir?

- A) $(-1)^{11} = -1$ veya 12 asal sayıdır."
B) "-10 negatif bir tam sayıdır ve $(-2)^2 = -4$ "
C) "1 metre = 100 cm ise $2 = 1$ "
D) " $2 + 1 > 3$ veya 0 negatif bir tam sayıdır."
E) "2 asal sayıdır ve 3 tek sayı değildir."

4.

$(p' \Rightarrow q) \Rightarrow (p' \vee q)'$

koşullu önermesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1
B) $p \Rightarrow q'$
C) q'
D) $p \vee q$
E) p'

5.

$p \Rightarrow p'$

koşullu önermesinin olumsuzu aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) 0
B) 1
C) p
D) $p' \Rightarrow p$
E) p'

6.

$p \Leftrightarrow q$

önermesi çift gerektirme olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle bir çelişkidir?

- A) $p \Rightarrow q$
B) $p \wedge q$
C) $p \Rightarrow q'$
D) $p' \vee q$
E) $q \wedge p'$

7.

$(x^2 = 1) \Rightarrow (x = -1 \vee x = 1)$

koşullu önermesinin karşıt tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x^2 \neq 1) \Rightarrow (x \neq -1 \vee x \neq 1)$
B) $(x^2 = 1) \Rightarrow (x = -1 \vee x = 1)$
C) $(x \neq -1 \wedge x \neq 1) \Rightarrow (x^2 \neq 1)$
D) $(x \neq -1 \wedge x \neq 1) \Rightarrow (x^2 = 1)$
E) $(x = -1 \wedge x = 1) \Rightarrow (x^2 \neq 1)$

8.

p : "101 üç basamaklı bir doğal sayıdır."

q : " $2 + 2 + 2 + 1 = 8$ "

önermeleri veriliyor.

Buna göre, "101 üç basamaklı bir doğal sayıdır ancak ve ancak $2 + 2 + 2 + 1 \neq 8$ " önermesinin sembolik ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $p \Leftrightarrow q'$
B) $p' \Rightarrow q$
C) $p' \Leftrightarrow q$
D) $q \Rightarrow p'$
E) $q' \Leftrightarrow p'$

9.

$$(p' \wedge q) \wedge p$$

bileşik önermesi;

- I. Totolojidir.
- II. Çelişkidir.
- III. $\sim p$ önermesine denktir.

yargılarından hangileri **daima** doğrudur?

- A) Yalnız I
- B) Yalnız II
- C) Yalnız III
- D) I ve III
- E) II ve III

10.

$$p \vee (p \wedge q)'$$

bileşik önermesi aşağıdakilerden hangisine **daima** eşittir?

- A) p
- B) q
- C) 1
- D) 0
- E) p'

11. Aşağıdaki bileşik önermelerden hangisi totolojidir?

- A) $p \wedge p'$
- B) $p' \vee q'$
- C) $p \vee q$
- D) $p \vee p'$
- E) $p' \wedge q'$

12.

$$s \equiv p \wedge r'$$

$$w \equiv q \wedge r$$

$$u \equiv p \vee p'$$

olduğuna göre, $s \vee w \vee u$ bileşik önermesi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Totolojidir.
- B) Çelişkidir.
- C) Doğruluk değeri, p nin doğruluk değerine denktir.
- D) Doğruluk değeri, q nun doğruluk değerine denktir.
- E) Doğruluk değeri, r nin doğruluk değerine denktir.

13.

p	q	$p \Rightarrow q$	$q' \wedge (p \Rightarrow q)$
1	0	A	
1	1		B
0	1	C	
0	0		D

Yukarıdaki tablo doğru olarak doldurulduğunda A, B, C, D yerine sırasıyla aşağıdakilerden hangisi gelir?

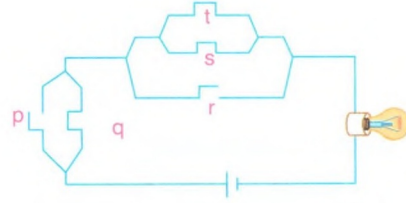
- A) 0, 1, 1, 1
- B) 0, 0, 0, 1
- C) 0, 1, 0, 1
- D) 0, 0, 1, 1
- E) 0, 0, 1, 0

14. "Topkapı sarayına gidersem hünkar mahfilini ziyaret ederim."

koşullu önermesinin **tersi** aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Topkapı sarayına gitmezsem hünkar mahfilini ziyaret etmem.
- B) Topkapı sarayına gider, hünkar mahfilini ziyaret ederim.
- C) Hünkar mahfilini ziyaret edersem Topkapı sarayına giderim.
- D) Hünkar mahfilini ziyarete gitmezsem Topkapı sarayına gitmem.
- E) Topkapı sarayına gidersem hünkar mahfilini ziyaret etmem.

15.



Yukarıdaki elektrik devresine ait olan denklik ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(p \vee q) \wedge [r \vee (s \vee t)] \equiv 1$
- B) $(p \vee q) \wedge [r \vee (s \wedge t)] \equiv 0$
- C) $(p \vee q) \wedge [r \vee (s \wedge t)] \equiv 1$
- D) $(p \vee q) \wedge [r \wedge (s \vee t)] \equiv 0$
- E) $(p \wedge q) \vee [r \wedge (s \vee t)] \equiv 1$

1. $2n + 1$ tane önerme için $2a^2$ farklı doğruluk değeri olduğuna göre, n tane önerme için kaç farklı doğruluk değeri vardır?

A) $\frac{a}{2}$ B) a C) $\frac{a^2}{2}$ D) $2a$ E) a^2

2.

$$p : "2^2 + 3^2 < 5^2"$$

$$q : "17^2 - 12^2 = 5^2"$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $p' \equiv 0$
 B) $q' : "17^2 - 12^2 \neq 5^2"$
 C) $p' \wedge q \equiv 0$
 D) $p' \vee q \equiv "2^2 + 3^2 \geq 5^2$ veya $17^2 - 12^2 = 5^2"$
 E) $p \vee q \equiv 0$

3.

$$p' \vee [(p' \vee q) \wedge (p \wedge q')]$$

önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) $p \wedge q$ B) $p \vee q'$ C) p'
 D) $p \Rightarrow q$ E) q

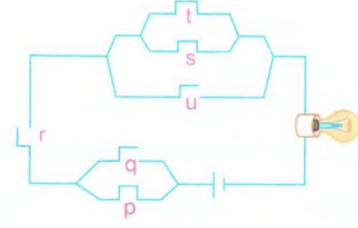
4. Sembolik mantıkta ifadesi,

$$(p' \vee p) \wedge (0 \vee 1) \equiv 1$$

olan ifadenin kümelerdeki karşılığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(A' \cup A) \cap (\emptyset \cap E) = E$
 B) $(A' \cap A) \cup (\emptyset \cap E) = \emptyset$
 C) $(A' \cup A) \cap (\emptyset \cup E) = \emptyset$
 D) $(A' \cup A) \cap (\emptyset \cup E) = E$
 E) $(A' \cap A) \cup (\emptyset \cap E) = E$

5.



Yukarıdaki elektrik devresine ait olan denklik ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[(p \vee q) \wedge r] \wedge [(t \vee s) \vee u] \equiv 0$
 B) $[(p \vee q) \wedge r] \wedge [(t \vee s) \vee u] \equiv 1$
 C) $[(p \wedge q) \vee r] \vee [(t \wedge s) \wedge u] \equiv 0$
 D) $[(p \wedge q) \vee r] \vee [(t \wedge s) \wedge u] \equiv 1$
 E) $[(p \vee q) \wedge r] \vee [(t \vee s) \vee u] \equiv 0$

6.

$$(p \Rightarrow q) \wedge (\sim p \Rightarrow q)$$

önermesinin sadeleşmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) p B) q C) $\sim p$
 D) $p \wedge q$ E) $\sim p \vee q$

7. Aşağıdaki bileşik önermelerden hangisi bir tautolojidir?

- A) $(p \vee p') \wedge q$ B) $p \vee q'$ C) $(p \Leftrightarrow p') \Rightarrow q$
 D) $(p \Rightarrow q)' \wedge q$ E) $(p \wedge q) \Leftrightarrow p'$

8.

$$q \Leftrightarrow p'$$

koşullu önermesinin değili aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) $q' \Rightarrow p$ B) $p \Rightarrow q'$ C) $q' \Leftrightarrow p$
 D) $p \Leftrightarrow q'$ E) $q' \Leftrightarrow p'$

Test - 4 1-D 2-E 3-B 4-A 5-E 6-A 7-B 8-A 9-A 10-A 11-B 12-D 13-B 14-B 15-C

Test - 5 1-A 2-E 3-E 4-B 5-D 6-E 7-D 8-E 9-E 10-B 11-D 12-B 13-B 14-E 15-B 16-E 17-D

Test - 6 1-E 2-B 3-D 4-D 5-B 6-E 7-B 8-D 9-E 10-A 11-E 12-D 13-A 14-D 15-B 16-C

Test - 7 1-C 2-C 3-A 4-C 5-E 6-E 7-C 8-A 9-B 10-C 11-D 12-A 13-D 14-A 15-A

Test - 8 1-B 2-E 3-C 4-D 5-A 6-B 7-C 8-E