

TEMEL KAVRAMLAR

A: SAYI

Sayıları ifade etmeye yarayan sembollere **rakam** denir. Ör: 0,1,2,3,4,5,6 Rakamların çokluk belirtecek şekilde bir araya getirilmesiyle oluşturulan ifadeler ifadesine **sayı** denir.

Not: Her rakam bir sayıdır. Fakat bazı sayılar rakam değildir.

B. SAYI KÜMELERİ

1. Sayma Sayıları: $\{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ kümesinin her bir elemanına **sayma sayısı** denir.

2. Doğal Sayılar: $\{0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ kümesinin her bir elemanına **doğal sayı** denir. \mathbb{N} şeklinde gösterilir.

- **Pozitif Doğal Sayılar**= $\{1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots\}$ kümesinin her bir elemanına **pozitif doğal sayı** denir. \mathbb{N}^+ şeklinde gösterilir.

Not: Sayma sayıları kümesindeki her elemana **pozitif doğal sayı** da denir.

3. Tam Sayılar: $\{\dots, -n, \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ kümesinin her bir elemanına **tam sayı** denir. \mathbb{Z} şeklinde gösterilir.

Tam sayılar kümesi; negatif tam sayılar kümesi : \mathbb{Z}^- şeklinde, pozitif tam sayılar kümesi : \mathbb{Z}^+ şeklinde gösterilir ve sıfır eleman kabul eden : $\{0\}$ kümenin birleşim kümesidir.

Buna göre, $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$ dır.

4. Rasyonel Sayılar: a ve b birer tam sayı ve $b \neq 0$ olmak koşuluyla $\frac{a}{b}$ biçiminde yazılabilen sayılara **rasyonel sayılar** denir.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z} \text{ ve } b \neq 0 \right\}$$

Şeklinde gösterilir.

5. İrrasyonel Sayılar: Rasyonel olmayan sayılara **irrasyonel sayılar** denir. Virgülden sonra belli bir kurala göre gitmeyen sayılar irrasyonel sayılardır. İrrasyonel sayılar kümesi \mathbb{Q}' şeklinde gösterilir.

Buna göre, \mathbb{Q}' kümesinin elemanları $\frac{a}{b}$ şeklinde gösterilemez.

(a, b $\in \mathbb{Z}$ ve $b \neq 0$)

Not: Rasyonel ve aynı zamanda irrasyonel olan bir sayı yoktur.

$\sqrt{2}$; $\sqrt[3]{5}$; $-\sqrt[4]{8}$; $e = 2,718\dots$; $\pi = 3,1415926\dots$ sayıları irrasyonel sayısına birer örnektir.

6. Reel (Gerçel) Sayılar: Rasyonel sayılar kümesiyle irrasyonel sayılar kümesinin birleşimi olan **kümeye reel (gerçel) sayılar** kümesi denir.

$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$ şeklinde gösterilir.

7. Karmaşık (Kompleks) Sayılar: (Bu konu karmaşık sayılar isimli konuda daha detaylı anlatımı ve konu anlatımlı videosu bulunmaktadır.)

$\mathbb{C} = \{a + bi \mid a, b \in \mathbb{R} \text{ ve } i^2 = -1\}$

C. SAYI ÇEŞİTLERİ

1. Çift Sayı

$n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere (yani tam sayı) $2n$ genel ifadesi ile belirtilen tam sayılara **çift sayı** denir.

$\mathbb{C} = \{\dots, -2n, \dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots, 2n, \dots\}$ kümesinin elemanlarının her biri çift sayıdır.

2. Tek Sayı

olmak üzere $2n + 1$ ifadesi ile belirtilen tam sayılara **tek sayı** denir.

$\mathbb{T} = \{\dots, -(2n + 1), \dots, -3, -1, 1, 3, \dots, (2n + 1), \dots\}$ kümesinin elemanlarının her biri tek sayıdır.

İki tek sayının farkı çift , toplama çift ve çarpımı tek sayıdır

K bir tek sayı olmak üzere,

- $K + K$ sonucu çift sayıdır.
- $K - K$ sonucu çift sayıdır.
- $K \times K$ işleminin sonucu tek sayıdır.

İki çift sayının toplamı, farkı ve çarpımı çift sayıdır.

Ç bir çift sayı olmak üzere,

- $\mathbb{C} + \mathbb{C}$ işleminin sonucu çift
- $\mathbb{C} - \mathbb{C}$ işleminin sonucu çift
- $\mathbb{C} \times \mathbb{C}$ işleminin sonucu çift sayıdır.

Bir tek sayı ile bir çift sayının toplamı ve farkı tek sayı çarpımı çift sayıdır.

T bir tek sayı ve Ç bir çift sayı olmak üzere,

- $T + \mathbb{C}$ işleminin sonucu tek,
- $\mathbb{C} + T$ işleminin sonucu tek,
- $T - \mathbb{C}$ işleminin sonucu tek,
- $\mathbb{C} - T$ işleminin sonucu tek,
- $T \times \mathbb{C}$ işleminin sonucu çift sayıdır.

Not 1: Tam sayılar kümesinde bir çarpma işleminin sonucunda sonuç çift ise, çarpma işlemine giren sayılardan **en az** biri çifttir. **Not 2:** Tam sayılar kümesinde bir çarpma işleminin sonucunda sonuç tek ise, çarpma işlemine giren sayıların **her biri** tek sayıdır. **Not 3:** Çift sayıların tüm pozitif tam kuvvetleri yine bir çift sayıdır. Çünkü Not:1 deki kural geçerli olur. Buna göre, n pozitif tam sayı ve \mathbb{C} bir çift sayı olmak üzere, \mathbb{C}^n nin sonucu daima çift sayıdır. **Not 3:** Tek sayıların tüm doğal sayı kuvvetleri yine bir tek sayıdır. Çünkü Not 2 deki kural geçerli olmaktadır. Buna göre, n bir doğal sayı ve T bir tek sayı olmak üzere, T^n nin sonucu daima tek sayıdır. **Not 4 :** Bölme işlemi için yukarıdaki şekilde bir genelleme yapmak yanlış olur.

Not:

- Tek sayılar ve çift sayılar tam sayılardan oluşur.
- Hem tek aynı zamanda da çift olan bir sayı yoktur.
- Sıfır (0) çift sayıdır.

3. Pozitif Sayılar - Negatif Sayılar

Sıfırdan büyük her reel (gerçel) sayılara **pozitif sayı**, sıfırdan küçük her reel (gerçel) sayılara **negatif sayı** denir.

$a < b < 0 < c < d$ olmak üzere,

- a ve b negatif sayı
- c ve d pozitif sayıdır.
- İki pozitif sayının toplamı pozitiftir. ($c + d > 0$)
- İki negatif sayının toplamı negatiftir. ($a + b < 0$)
- Çıkarma işleminde eksilen çıkandan büyük ise sonuç (fark) pozitif, eksilen çıkandan küçük ise fark negatif olur.

e → eksilen

– ç → çıkan

f → fark

- Zıt işaretli iki sayıyı toplamak için; işaretine bakılmaksızın büyük sayıdan küçük sayı çıkarılır ve büyük sayının işareti sonuca verilir.
- Aynı işaretli iki sayının çarpımı (ya da bölümü) pozitiftir.
- Zıt işaretli iki sayının toplamı; negatif, pozitif veya sıfırdır.
- Zıt işaretli iki sayının çarpımı (ya da bölümü) negatiftir.
- Pozitif sayının bütün kuvvetleri pozitiftir.
- Negatif sayının tek kuvvetleri negatif, çift kuvvetleri pozitiftir.

4. Asal Sayı

Kendisinden ve 1 den başka pozitif tam sayılara tam bölünmeyen 1 den büyük doğal sayılara **asal sayı** denir.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 sayıları birer asal sayıdır.

- En küçük asal sayı 2 dir. 2 den başka çift asal sayı yoktur.
- Asal sayıların çarpımı asal değildir.

Not: Asal olmayan, 1 den büyük tam sayılara **bileşik sayı** denir.

5. Aralarında Asal

Ortak bölenlerinin en büyüğü 1 olan tam sayılara **aralarında asal sayılar** denir.

a ile b aralarında asal ise, aralarındaki oran en sade biçimdedir.

D. ARDIŞIK SAYILAR

Belirli bir kurala göre art arda gelen sayı dizilerine **ardışık sayılar** denir.

n bir tam sayı olmak üzere,

- Ardışık dört tam sayı sırasıyla;

n, n + 1, n + 2, n + 3 tür.

- Ardışık dört çift sayı sırasıyla;

2n, 2n + 2, 2n + 4, 2n + 6 dır.

- Ardışık dört tek sayı sırasıyla;

2n + 1, 2n + 3, 2n + 5, 2n + 7 dir.

- Üçün katı olan ardışık dört tam sayı sırasıyla;

3n, 3n + 3, 3n + 6, 3n + 9 dur.

Bazı Ardışık Sayıların Toplamı

n bir sayma sayısı olmak üzere,

- Ardışık sayma sayılarının toplamı

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n + 1)}{2} \text{ dir.}$$

Şeklinde formül ortaya çıkar.

- Ardışık pozitif çift doğal sayıların toplamı ise

$$2 + 4 + 6 + \dots + (2n) = n(n + 1)$$

- Ardışık tek doğal sayıların toplamı

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

-
- Artış miktarı eşit olan ardışık tam sayıların toplamı

r : İlk terim

n : Son terim

x : Artış miktarı olmak üzere,

$$r + (r + x) + (r + 2x) + \dots + n = \underbrace{\left(\frac{n - r + x}{x} \right)}_{\text{Terim sayısı}} \cdot \underbrace{\left(\frac{n + r}{2} \right)}_{\text{Ortanca terim}}$$

Şeklinde olur.

Not: Artış miktarı eşit olan ardışık sayıların toplamı, sayı adedine bölünürse **ortanca terim** bulunur. Eğer sayı adedi çift ise, ortanca terim sayı dizisine ait değildir.