TÜREV FORMÜLLERİ

Tanım:

$f:[a,b] \to R, y = f(x) bir\ fonksiyon\ \ ve\ x_0 \epsilon\ (a,b)$ $olsun.\ \ y = f(x)\ için$

$lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$

değeri varsa bu değere $y = f(x)$ *fonksiyonunun* $x = x_0$ *noktasındaki türevi denir.*

$x = x_0 + h$ *alındığında* $x \to x_0$ *için* $h \to 0$ *olur.*
O halde f fonksiyonunun x_0 *noktasındaki türevi*

$f'(x_0) = lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$

şeklinde tanımlanabilir.

- $f'(x_0^-) = lim_{h \to 0^-} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ *soldan türev*
  $f'(x_0^+) = lim_{h \to 0^+} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ *sağdan türev*
  olmak üzere $f'(x_0^-) = f'(x_0^+)$ *ise*
  $f'(x_0)$ *vardır ve* $f'(x_0) = f'(x_0^-) = f'(x_0^+)$

NOT:

f fonksiyonu x_0 *noktasında türevli ise bu noktada süreklidir. Fakat sürekli olduğu her noktada türevli olmayabilir.*

Türev Alma Kuralları

- $f(x) = c\ ise\ f'(x) = 0\ dır. (c \in R)$
- $f(x) = x^n\ ise\ f'(x) = \ n.x^{n-1}$
- $f(x) = g(x) + h(x)\ ise\ f'(x) = g'(x) + h'(x)$
- $f(x) = g(x).h(x)\ ise$
  $f'(x) = g'(x).h(x) + h'(x).g(x)$
- $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ ise $f'(x) = \frac{g'(x).h(x)-g(x).h'(x)}{(h(x))^2}$
- $f(x) = \sqrt{g(x)}$ ise $f'(x) = \frac{g'(x)}{2.\sqrt{g(x)}}$
- $f(x) = g(ax+b)\ ise\ f'(x) = a.g'(ax+b)$

Bileşke Fonksiyonun Türevi

- $f(x) = (goh)(x)\ ise\ f'(x) = g'\big(h(x)\big).h'(x)$

Üstel Fonksiyonun Türevi

- $f(x) = a^{g(x)}\ ise\ f'(x) = g'(x).a^{g(x)}.lna$
- $f(x) = e^{g(x)}\ ise\ f'(x) = g'(x).e^{g(x)}$

Logaritmik Fonksiyonun Türevi

- $f(x) = log_a g(x)\ \ ise\ f'(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}.log_a e$
- $f(x) = ln\, g(x)\ \ ise\ f'(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$

Trigonometrik Fonksiyonların Türevi

- $f(x) = sin\, g(x)\ \ ise\ f'(x) = g'(x).cos\, g(x)$
- $f(x) = cos\, g(x)\ \ ise\ f'(x) = -g'(x).sin\, g(x)$
- $f(x) = tan\, g(x)\ \ ise\ f'(x) = g'(x).[1 + tan^2 g(x)]$
- $f(x) = cot\, g(x)\ \ ise\ f'(x) = -g'(x).[1 + cot^2 g(x)]$

Ters Fonksiyonun Türevi

$A, B \subset R$ *olmak üzere,* $f : A \longrightarrow B$ *fonksiyonu* $1-1$ *ve örten olsun. f fonksiyonu* $x_0\ \epsilon\ A$ *noktasında türevli ve* $f'(x_0) \neq 0$ *ise,* $f^{-1}: B \to A$ *fonksiyonu da* x_0 *ın* f *altındaki görüntüsü olan* y_0 *noktasında türevlidir ve*

$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$ *dır.*

Ters Trigonometrik Fonksiyonların Türevi

- $f(x) = arc\, sin\, g(x)\ \ ise\ f'(x) = \frac{g'(x)}{\sqrt{1-g^2(x)}}$
- $f(x) = arc\, cos\, g(x)\ \ ise\ f'(x) = -\frac{g'(x)}{\sqrt{1-g^2(x)}}$
- $f(x) = arc\, tan\, g(x)\ \ ise\ f'(x) = \frac{g'(x)}{1+g^2(x)}$
- $f(x) = arc\, cot\, g(x)\ \ ise\ f'(x) = -\frac{g'(x)}{1+g^2(x)}$

Parametrik Fonksiyonların Türevi

$x = u(t)\ ,\ \ y = v(t)$ *olmak üzere*

$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$ *dir.*

Kapalı Fonksiyonun Türevi

F (x , y) = 0 ise

$y' = \frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y}$

NOT:

x e göre türev alırken y sabittir
y ye göre türev alırken x sabittir.