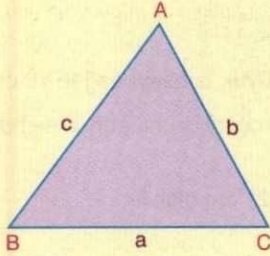




Bilgi Penceresi

Üçgenin bir kenarının uzunluğu diğer iki kenarın uzunlukları toplamından küçük, farkından büyük-
tür. Bu kurala **üçgen eşitsizliği** denir.

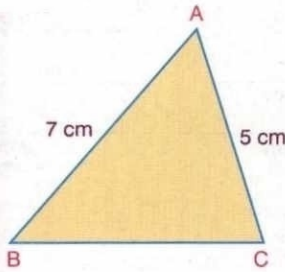


$$|b - c| < a < b + c$$

$$|a - c| < b < a + c$$

$$|a - b| < c < a + b$$

Bu şartı sağlamayan bir üçgen çizilemez.



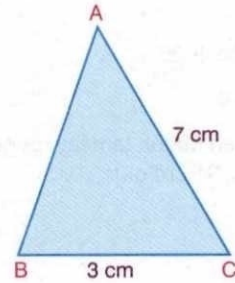
Yukarıdaki şekilde verilen ABC üçgeninde
 $|AB| = 7$ cm ve $|AC| = 5$ cm olduğuna göre,
**[BC] kenarının uzunluğunun alabileceği tamsayı
değerleri (cm) nelerdir?**

Üçgenlerde; bir kenar uzunluğu diğer iki kenarın
uzunlukları toplamından küçük, farkından büyük
olacağından;

$$7 - 5 < |BC| < 7 + 5$$

$$2 < |BC| < 12$$

$|BC| = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ değerlerini alabilir.



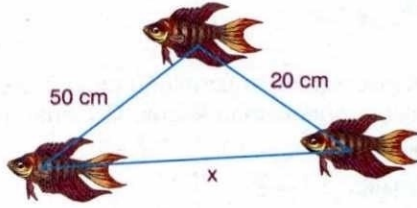
Yukarıdaki şekilde verilen ABC üçgeninde
 $|AC| = 7$ cm ve $|BC| = 3$ cm olduğuna göre,
**[AB] kenarının uzunluğunun alabileceği tamsayı
değerleri (cm) nelerdir?**

Üçgenlerde; bir kenar uzunluğu diğer iki kenarın
uzunlukları toplamından küçük, farkından büyük
olacağından;

$$7 - 3 < |AB| < 7 + 3$$

$$4 < |AB| < 10$$

$|AB| = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ değerlerini alabilir.



Yukarıdaki şekilde görüldüğü gibi üç balık aralarındaki uzaklık 20 cm ve 50 cm olacak şekilde bir üçgensel bölgenin köşelerinde durmaktadırlar.

Buna göre, x in alabileceği en küçük tamsayı değeri kaç cm olur?

Çözüm

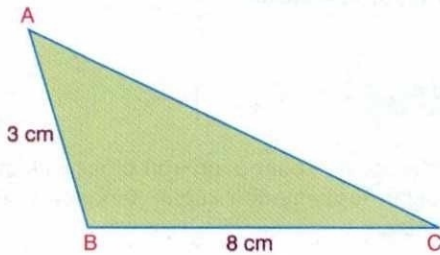
Üçgenin bir kenarının uzunluğu diğer iki kenarın uzunlukları toplamından küçük, farkından büyüktür. Bu kurala göre,

$$50 - 20 < x < 50 + 20$$

$$30 < x < 70$$

x in alabileceği en küçük tamsayı değeri 30 dan büyük olmalıdır. x , 31 cm olur.

Örnek .. 4



İki kenarının uzunlukları 8 cm ve 3 cm olan bir üçgenin çevre uzunluğunun alabileceği en büyük tamsayı değeri kaç cm olabilir?

ABC üçgeninin çevre uzunluğunun en büyük değerini alabilmesi için $|AC|$ en büyük değerini almalıdır.

Üçgenin bir kenarının uzunluğu diğer iki kenarın uzunlukları toplamından küçük, farkından büyüktür. Bu kurala göre,

$$8 - 3 < |AC| < 8 + 3$$

$$5 < |AC| < 11$$

$|AC|$ nin en büyük tamsayı değeri 10 cm dir.

ABC üçgeninin çevre uzunluğunun en büyük tamsayı değeri de;

$$8 + 3 + 10 = 21 \text{ cm olabilir.}$$

Örnek .. 5

Aşağıda uzunlukları verilen çubuklar uç uca eklenecek üçgen yapılmak isteniyor.

Hangi şıkta verilen çubuklarla üçgen oluşturulamaz?

- | | |
|----------------|-----------------|
| A) <u>5 cm</u> | B) <u>4 cm</u> |
| <u>4 cm</u> | <u>6 cm</u> |
| <u>6 cm</u> | <u>3 cm</u> |
| C) <u>3 cm</u> | D) <u>10 cm</u> |
| <u>5 cm</u> | <u>4 cm</u> |
| <u>8 cm</u> | <u>9 cm</u> |

Çözüm

Üçgenin bir kenarının uzunluğu diğer iki kenarın uzunlukları toplamından küçük, farkından büyüktür. Şıklarda verilen çubukların uzunluklarını bu kurala göre incelersek,

A şıkkında,

$$5 - 4 < 6 < 5 + 4$$

$$1 < 6 < 9$$

B şıkkında,

$$6 - 4 < 3 < 6 + 4$$

$$2 < 3 < 10$$

C şıkkında,

$$5 - 3 < 8 < 5 + 3$$

$$2 < 8 < 8$$

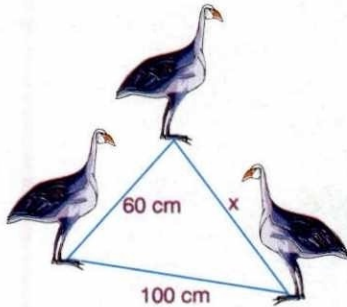
D şıkkında,

$$10 - 9 < 4 < 10 + 9$$

$$1 < 9 < 19$$

Yukarıda görüldüğü gibi C şıkkındaki değerler eşitsizliği sağlamamaktadır. Yani uzunlukları 3 cm, 5 cm ve 8 cm olan çubukları uç uca ekleyerek üçgen elde edemeyiz.

Örnek .. 6



Yukarıdaki şekilde görüldüğü gibi üç kuş aralarındaki uzaklık 60 cm ve 100 cm olacak şekilde bir üçgensel bölgenin köşelerinde durmaktadırlar.

Buna göre, x in alabileceği en büyük tamsayı değeri kaç cm olur?

Çözüm

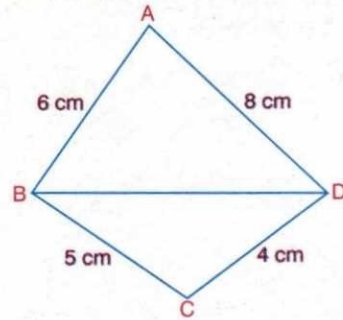
Üçgenin bir kenarının uzunluğu diğer iki kenarın uzunlukları toplamından küçük, farkından büyüktür. Bu kurala göre,

$$100 - 60 < x < 100 + 60$$

$$40 < x < 160$$

x in alabileceği en küçük tamsayı değeri 160 tan küçük olmalıdır. x, 159 cm olur.

Örnek .. 7



Yukarıdaki şekilde, $|AB| = 6$ cm, $|AD| = 8$ cm, $|BC| = 5$ cm ve $|CD| = 4$ cm ise, **$|BD|$ nin alabileceği tam sayı değerlerini bulunuz.**

Çözüm

Soruda ABD ve BCD olmak üzere 2 üçgen vardır.

Üçgenin bir kenarının uzunluğu diğer iki kenarın uzunlukları toplamından küçük, farkından büyüktür.

$|BD|$, ABD ve BCD üçgenlerinin ortak kenarı olduğundan

Bu kuralı her iki üçgen için de uygulamalıyız.

ABD üçgeni için incelersek;

$$|8 - 6| < |BD| < 8 + 6$$

$$2 < |BD| < 14 \text{ olur.}$$

$$|BD| = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$$

BCD üçgeninde;

$$|5 - 4| < |BD| < 5 + 4$$

$$1 < |BD| < 9 \text{ olur.}$$

$$|BD| = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$[BD]$, her iki üçgenin de kenarındır.

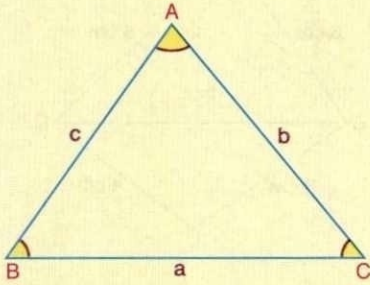
Her iki şartı sağlayan $|BD|$ değerleri;

$$|BD| = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\} \text{ bulunur.}$$



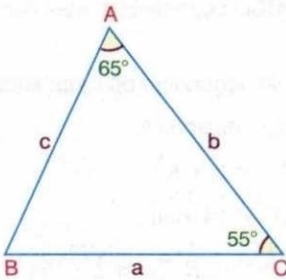
Bilgi Penceresi

Bir üçgende en büyük açının karşısındaki kenar en uzun kenar ve en küçük açının karşısındaki kenar en kısa kenardır.



Bir ABC üçgeninde; açılar ile karşısındaki kenarların büyüklük sıralaması aynıdır.

$s(\hat{A}) > s(\hat{B}) > s(\hat{C})$ ise, $a > b > c$ olur.



Yukarıdaki şekilde verilen ABC üçgeninde, $s(\hat{A}) = 65^\circ$ ve $s(\hat{C}) = 55^\circ$ olduğuna göre, **üçgenin kenar uzunluklarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.**

Üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° olduğundan;

$$s(\hat{A}) + s(\hat{B}) + s(\hat{C}) = 180^\circ$$

$$65^\circ + s(\hat{B}) + 55^\circ = 180^\circ$$

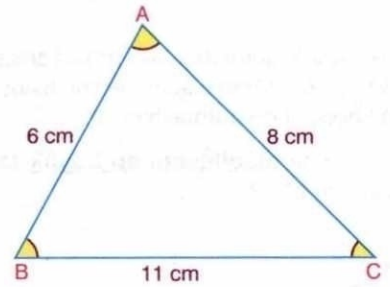
B açısının ölçüsü 60° bulunur.

Bu üçgende en büyük açı; $s(\hat{A}) = 65^\circ$ olduğundan en büyük kenar da A açısının karşısındaki kenar yani a'dır.

En küçük açı da $s(\hat{C}) = 55^\circ$ olduğundan en küçük kenar C açısının karşısı yani c'dir.

$$s(\hat{A}) > s(\hat{B}) > s(\hat{C}) \text{ olduğundan,}$$

$$a > b > c \text{ olur.}$$



Yukarıdaki şekilde verilen ABC üçgeninde $|AB| = 6 \text{ cm}$, $|BC| = 11 \text{ cm}$ ve $|AC| = 8 \text{ cm}$ olduğuna göre, **üçgenin açılarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.**

Bu üçgende en uzun kenar,

$|BC| = 11$ cm olduğundan en büyük açı $\hat{A}$ dir.

Bu üçgende en kısa kenar,

$|AB| = 6$ cm olduğundan en küçük açı $\hat{C}$ dir.

$s(\hat{A}) > s(\hat{B}) > s(\hat{C})$ dir.

Ya da;

$|BC| > |AC| > |AB|$ olduğundan,

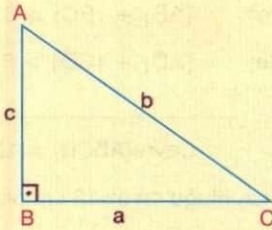
Bu kenarları gören açılarn sıralaması da

$s(\hat{A}) > s(\hat{B}) > s(\hat{C})$ olur.



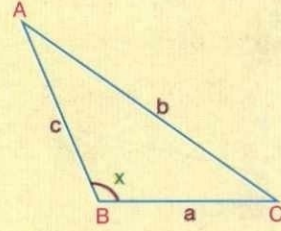
Bilgi Penceresi

Dik üçgende en uzun kenar daima hipotenüs-tür. Çünkü dik üçgende en büyük açı, ölçüsü 90° olan açıdır.

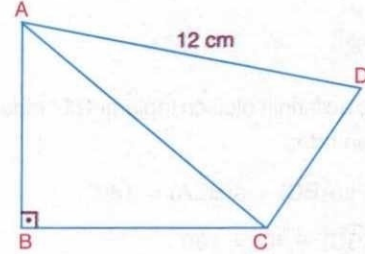


Şekildeki ABC dik üçgeninde; $b > a$ ve $b > c$ dir.

Geniş açılı üçgende en büyük açı geniş açı olacağından geniş açının karşısındaki kenar, daima en uzun kenardır.



ABC üçgeninde $x > 90^\circ$ ise, $b > a$ ve $b > c$ dir.



Yukarıdaki şekilde $[AB] \perp [BC]$, $|AD| = 12$ cm, $s(\hat{ACD}) > 90^\circ$ ve $|AC|$ tamsayı olduğuna göre, **$|BC|$ nin alabileceği en büyük tam sayı değeri kaç cm dir?**

Çözüm

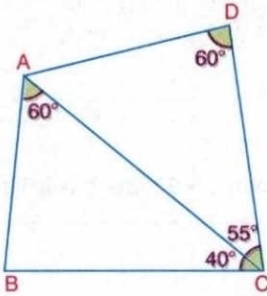
$\hat{ACD}$ geniş açı olduğundan ACD üçgeninde $[AD]$ en uzun kenardır.

$|AD| > |AC|$, $12 > |AC|$, $|AC|$ nin alabileceği en büyük tamsayı değeri 11 cm olur.

Bir dik üçgende en büyük kenar hipotenüs olduğundan ABC dik üçgeninde, $|AC| = 11$ cm en uzun kenardır.

$|BC| < 11$ cm olacağından, $|BC|$ nin alabileceği en büyük tamsayı değeri 10 cm olur.

Örnek .. 11



Şekilde verilen açı değerlerine göre, en uzun kenar hangisidir?

Çözüm

Üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° olduğundan ABC üçgeninde;

$$s(\widehat{BAC}) + s(\widehat{ABC}) + s(\widehat{BCA}) = 180^\circ$$

$$60^\circ + s(\widehat{ABC}) + 40^\circ = 180^\circ$$

$$s(\widehat{ABC}) = 80^\circ \text{ dir.}$$

DAC üçgeninde;

$$s(\widehat{ACD}) + s(\widehat{CDA}) + s(\widehat{DAC}) = 180^\circ$$

$$55^\circ + 60^\circ + s(\widehat{DAC}) = 180^\circ$$

$$s(\widehat{DAC}) = 65^\circ \text{ dir.}$$

Buradaki şekil ABC ve DAC üçgenlerinden oluştuğu için açı kenar bağıntıları bu üçgenlere ayrı ayrı uygulanır.

ABC üçgeninde

$$s(\widehat{ABC}) > s(\widehat{BAC}) > s(\widehat{BCA}) \text{ olduğundan}$$

$$|AC| > |BC| > |AB| \text{ olur.}$$

DAC üçgeninde

$$s(\widehat{DAC}) > s(\widehat{CDA}) > s(\widehat{ACD}) \text{ olduğundan}$$

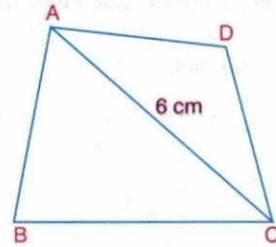
$$|DC| > |AC| > |AD| \text{ olur.}$$

Her iki eşitsizliği de yan yana yazarsak;

$$|AC| > |BC| > |AB| \text{ ve } |DC| > |AC| > |AD|$$

en uzun kenarın [DC] olduğu görülür.

Buradaki dörtgene bakıp en büyük açı 80° ile ABC açısıdır. O zaman en uzun kenar [AC] kenarıdır dersek yanlış yapmış oluruz.



Yukarıdaki ABCD dörtgeninde $|AC| = 6 \text{ cm}$ olduğuna göre, ABCD dörtgeninin çevresi tamsayı olarak en az kaç cm olabilir?

Çözüm

$$\text{ABC üçgeninde; } |AB| + |BC| > 6 \text{ cm}$$

$$\text{ACD üçgeninde; } |AD| + |CD| > 6 \text{ cm}$$

+

$$\text{Çevre(ABCD)} > 12 \text{ cm}$$

O halde çevre uzunluğu en az 13 cm olabilir.

Eğer, kenar uzunluklarının birer tamsayı olma şartı verilseydi,

$$|AB| + |BC|, \text{ en küçük } 7 \text{ cm ve}$$

$$|AD| + |CD|, \text{ en küçük } 7 \text{ cm olacaktı.}$$

Bu durumda çevrenin en küçük değeri 14 cm olurdu.

Aşağıda verilen cümleleri doğru ise "D" yanlış ise "Y" olarak kutucuklara işaretleyiniz.

1 Bir üçgende en büyük açının karşısındaki kenar en uzun kenardır. ☐

2 Bir üçgende en küçük açının karşısındaki kenar en kısa kenardır. ☐

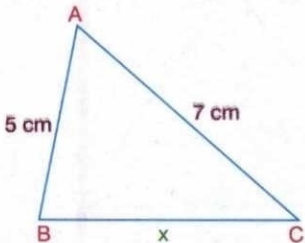
3 Dik üçgende 90° lik açının karşısındaki kenar en uzun kenardır. ☐

4 Geniş açılı bir üçgende geniş açının karşısındaki kenar en uzun kenardır. ☐

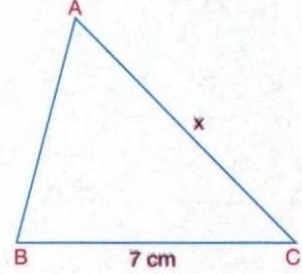
5 Üçgende bir kenar uzunluğu diğer iki kenarın farkının mutlak değerinden büyüktür. ☐

6 Üçgende bir kenar uzunluğu diğer iki kenarın toplamından küçüktür. ☐

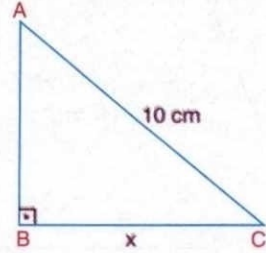
Aşağıdaki şekilde verilen ABC üçgenindeki x uzunluğu hangi tamsayı değerlerini alabilir?



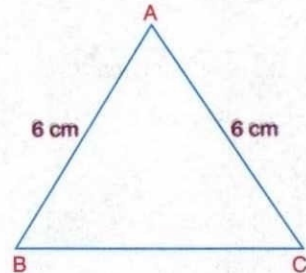
Aşağıdaki şekilde verilen ABC üçgeninde, ABC açısının ölçüsü BAC açısının ölçüsünden büyük olduğuna göre, x in en küçük tamsayı değeri kaçtır?



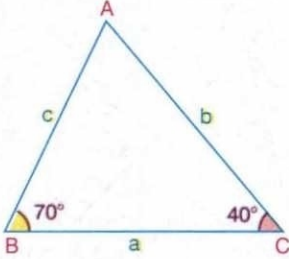
Aşağıdaki şekilde verilen ABC dik üçgenindeki x uzunluğu hangi tamsayı değerlerini alabilir?



Aşağıdaki şekilde verilen ABC üçgeninde BAC açısının ölçüsü 60° den küçük olduğuna göre, |BC| nin en büyük tamsayı değeri kaç cm dir?

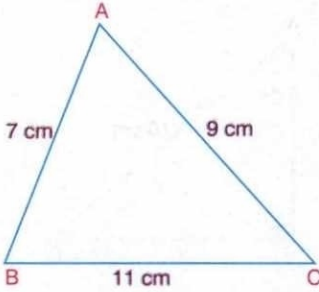


Aşağıdaki şekilde verilen ABC üçgeninin kenar uzunluklarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.



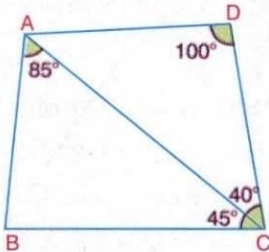
Etkinlik .. 7

Aşağıdaki şekilde verilen ABC üçgeninin açıları'nın ölçülerini büyükten küçüğe doğru sıralayınız.



Etkinlik .. 8

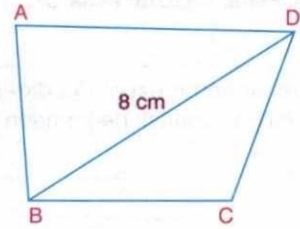
Aşağıdaki şekilde verilen ABCD dörtgenindeki en uzun kenar hangisidir?



Bir üçgensel bölgenin köşelerinde bulunan Ali, Veli ve Cemal adlı 3 arkadaşın, Ali ile Veli arasındaki mesafe 10 m, Veli ile Cemal arasındaki mesafe 8 m olduğuna göre, Ali ile Cemal arasındaki mesafenin alabileceği en büyük tamsayı değeri kaç m dir?

Etkinlik .. 10

Aşağıdaki şekilde verilen ABCD dörtgeninin çevre uzunluğunun en küçük tamsayı değeri kaç cm dir?



Etkinlik .. 11

Aşağıdaki şekilde verilen ABC üçgeninin iç açılarının ölçüleri tamsayıdır. $|AB| < |BC| < |AC|$ olduğuna göre, BCA açısının en büyük değeri kaç derecedir?

