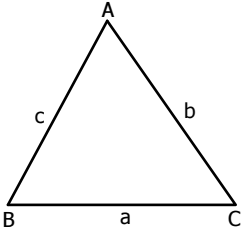


ÜÇGEN TANIMI VE TEMEL ELEMANLARI

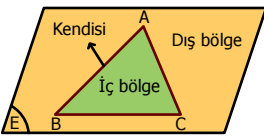
Tanım

Doğrusal olmayan üç noktayı birleştiren doğru parçalarının birleşimine üçgen denir.



$$[AB] \cup [BC] \cup [AC] = \widehat{ABC} \text{ dir.}$$

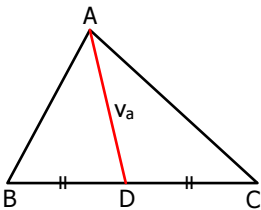
- A, B, C noktalarına üçgenin köşeleri, [AB], [BC], [AC] doğru parçalarına üçgenin kenarları denir.
- $|AB|=c$, $|BC|=a$, $|AC|=b$ uzunluklarına üçgenin kenar uzunlukları denir.
- \widehat{BAC} , \widehat{ABC} ve \widehat{ACB} açlarına üçgenin iç açıları denir.
- İç açların bütünleri olan açılara dış açılar denir.
- Üçgenin kenarlarına ve açılara temel elemanlar denir.
- Bir üçgen bulunduğu düzlemi; üçgenin kendisi, iç bölgesi ve dış bölgesi olmak üzere üç bölgeye ayırır.



ÜÇGENİN YARDIMCI ELEMANLARI

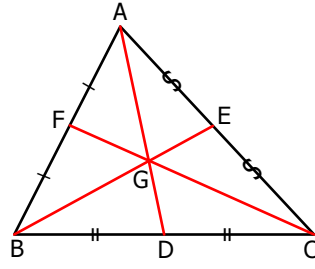
1. Kenarortay

Bir üçgenin bir köşesini karşısındaki kenarın orta noktası ile birleştiren doğru parçasına üçgenin o kenarına ait kenarortayı denir.



$|BD|=|DC|$ olduğundan [AD], [BC] kenarının kenarortayıdır.
 $|AD|=V_a$: a kenarına ait kenarortay uzunluğudur.

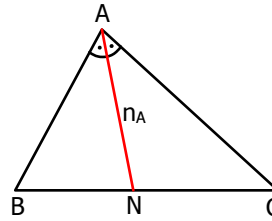
- ABC üçgeninin a, b ve c kenarına ait kenarortaylarının uzunlukları sırasıyla V_a , V_b ve V_c ile gösterilir.
- Bir üçgenin üç kenarortayı üçgenin içinde bir noktada kesişirler. Bu noktaya üçgenin **ağırlık merkezi** denir.



$|AD|=V_a$, $|BE|=V_b$, $|CF|=V_c$
 G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezidir.

2. Açıortay

Bir üçgenin bir açısını iki eşit parçaya bölen ışının, köşe ile karşı kenar arasında kalan parçasına, üçgenin o köşesine ait açıortayı denir.



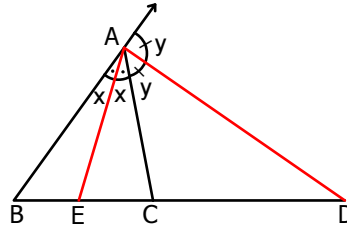
$m(\widehat{BAN})=m(\widehat{NAC})$ olduğundan [AN], A açısına ait iç açıortaydır.

$|AN|=n_A$: A açısına ait iç açıortay uzunluğudur.

- ABC üçgeninin A, B ve C açlarına ait iç açıortaylarının uzunlukları sırasıyla n_A , n_B ve n_C ile gösterilir.
- Bir üçgenin dış açlarının açıortaylarına dış açıortay denir.

ANAHTAR BİLGİ

- Bir üçgenin bir köşesindeki açıya ait iç açıortay ile dış açıortay arasındaki açı 90° dir.

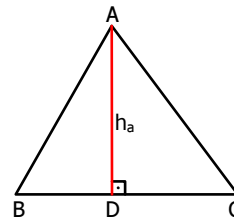


ABC üçgeninde $[AE] \perp [AD]$ dir.

$$\begin{aligned} 2x + 2y &= 180^\circ \\ 2(x + y) &= 180^\circ \\ x + y &= 90^\circ \end{aligned}$$

3. Yükseklik

Bir üçgenin bir köşesinden karşı kenar doğrusuna indirilen dikmenin, karşı kenarı kestiği nokta ile köşeyi birleştiren doğru parçasına, üçgenin o kenarına ait yüksekliği denir.

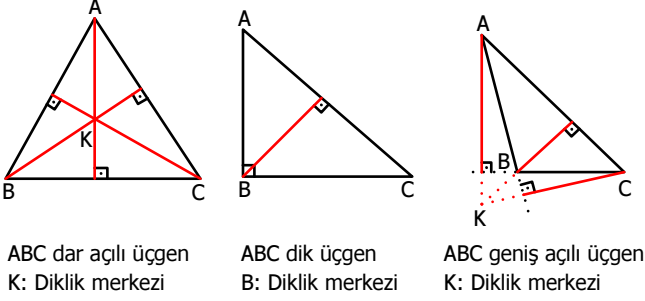


$|AD|=h_a$: a kenarına ait yükseklik uzunluğudur.

$[AD] \perp BC$ dir.

- ABC üçgeninin a, b ve c kenarına ait yüksekliklerinin uzunlukları sırasıyla h_a , h_b ve h_c ile gösterilir.

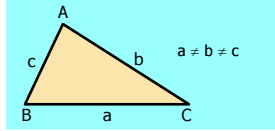
- Bir üçgenin üç yüksekliği bir noktada kesişir. Bu noktaya üçgenin **diklik merkezi** denir.



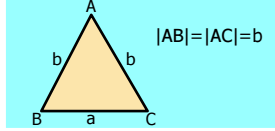
Üçgen Çeşitleri

A) Kenarlarına Göre Üçgen Çeşitleri

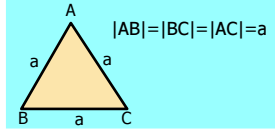
- Çeşitkenar Üçgen:**
Üç kenar uzunluğu birbirinden farklı olan üçgene denir.



- İkizkenar Üçgen:**
Herhangi iki kenar uzunluğu birbirine eşit olan üçgene denir.

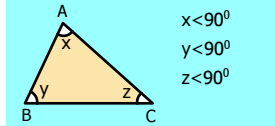


- Eşkenar Üçgen:**
Üç kenar uzunluğu birbirine eşit olan üçgene denir.

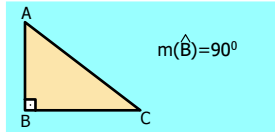


B) Açılarına Göre Üçgen Çeşitleri

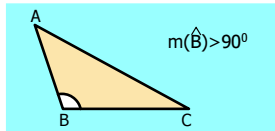
- Dar Açılı Üçgen:**
Üç açısının ölçüsü de 90° den küçük olan üçgene denir.



- Dik Açılı Üçgen:**
Bir açısının ölçüsü 90° ye eşit olan üçgene denir.



- Geniş Açılı Üçgen:**
Bir açısının ölçüsü 90° den büyük olan üçgene denir.



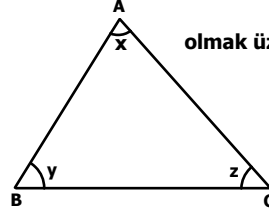
ÜÇGENDE AÇILAR

Teorem 1: Bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° dir.

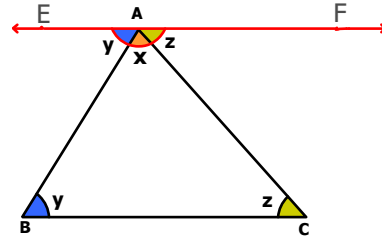
ABC üçgeninde $m(\hat{A}) = x$, $m(\hat{B}) = y$, $m(\hat{C}) = z$

olmak üzere ;

$$x+y+z=180^\circ \text{ dir.}$$



İspat:



A noktasından geçen $EF \parallel [BC]$ çizelim.

$$m(\hat{B}) = m(\hat{EAB}) = y \quad (\text{iç ters açılar})$$

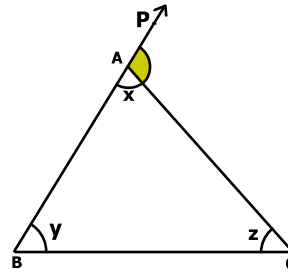
$$m(\hat{C}) = m(\hat{FAC}) = z \quad (\text{iç ters açılar})$$

\hat{EAF} doğru açı olduğundan, $x+y+z=180^\circ$ dir.

Teorem 2: Bir üçgende, bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşittir.

$$m(\hat{PAC}) = m(\hat{B}) + m(\hat{C}) \text{ dir.}$$

$$m(\hat{PAC}) = y + z \text{ dir.}$$



İspat:

[AE] \parallel [BC] çizelim.

$$m(\hat{PAE}) = m(\hat{B}) = y$$

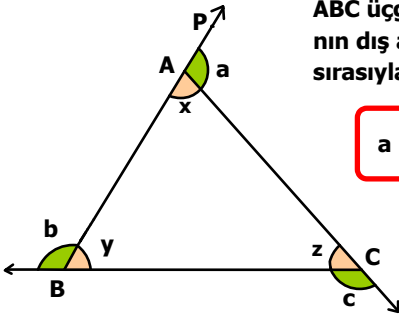
(yöndeş açılar) ①

$$m(\hat{EAC}) = m(\hat{C}) = z$$

(iç ters açılar) ②

① ve ② den $m(\hat{PAC}) = y + z$ dir.

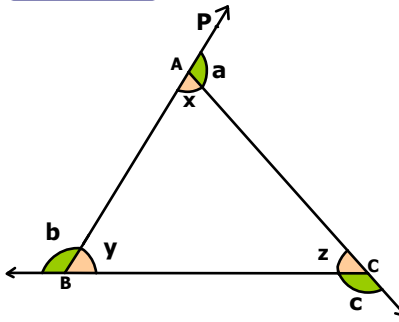
Teorem 3: Bir üçgenin dış açıların ölçüleri toplamı 360° dir.



ABC üçgeninde A, B, C açıları'nın dış açıların ölçüleri sırasıyla a, b, c olmak üzere ;

$$a + b + c = 360^\circ \text{ dir.}$$

İspat:



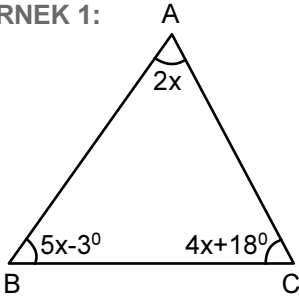
$$\begin{aligned} x + a &= 180^\circ \\ y + b &= 180^\circ \\ z + c &= 180^\circ \end{aligned}$$

eşitlikleri taraf tarafa toplanırsa,

$$x+y+z+a+b+c = 540^\circ \text{ Buradan } 180^\circ + a+b+c = 540^\circ$$

$$a + b + c = 540^\circ - 180^\circ \text{ ve } a + b + c = 360^\circ \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 1:



ABC üçgeninde verilenlere göre A açısının ölçüsü kaç derecedir?

ÇÖZÜM:

ABC üçgeninde iç açılar toplamından,

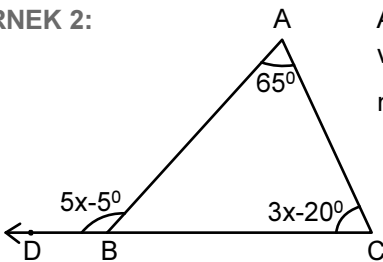
$$2x + 5x - 3 + 4x + 18 = 180$$

$$11x + 15 = 180$$

$$11x = 165$$

$$x = 15 \text{ dir. O halde } m(\hat{A}) = 2 \cdot 15 = 30^\circ \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 2:



ABC üçgeninde verilenlere göre, $m(\hat{C})$ kaç derecedir?

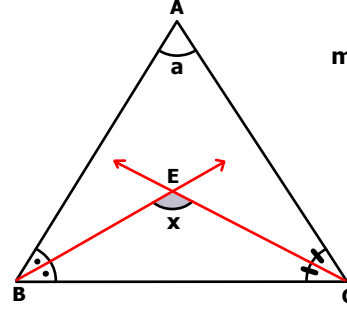
ÇÖZÜM: $65 + 3x - 20 = 5x - 5$ (iki iç bir dış)

$$2x = 50 \text{ ise } x = 25 \quad m(\hat{C}) = 3 \cdot 25 - 20 = 55^\circ \text{ dir.}$$

ÜÇGENDE AÇI ÖZELLİKLERİ

Özellik 1

ABC üçgeninde [BE ve [CE sırasıyla B ve C açıların iç açıortayları olmak üzere;

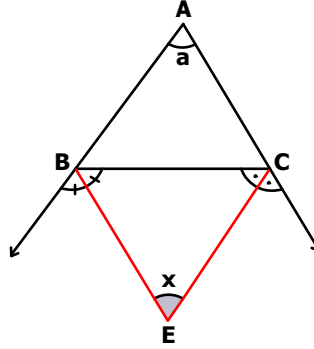


$$m(\hat{BEC}) = 90^\circ + \frac{m(\hat{A})}{2} \text{ dir.}$$

$$x = 90^\circ + \frac{a}{2}$$

Özellik 2

ABC üçgeninde [BE] ve [CE] sırasıyla B ve C açıların dış açıortayları olmak üzere;

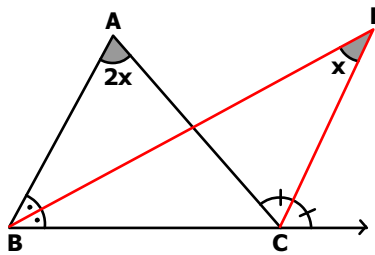


$$m(\hat{BEC}) = 90^\circ - \frac{m(\hat{A})}{2} \text{ dir.}$$

$$x = 90^\circ - \frac{a}{2}$$

Özellik 3

ABC üçgeninde [BE, B açısının iç açıortayı; [CE, C açısının dış açı ortayı olmak üzere ;

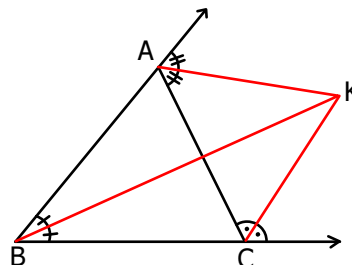


$$m(\hat{BEC}) = \frac{m(\hat{A})}{2} \text{ dir.}$$

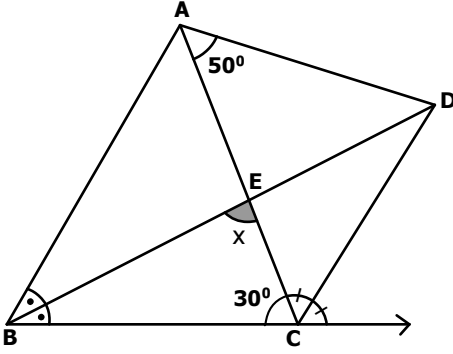
$$m(\hat{E}) = x \text{ ise } m(\hat{A}) = 2x \text{ tir.}$$

Özellik 4

Bir üçgenin bir iç açıortayı ile iki dış açı ortayı bir noktada kesişirler.



ÖRNEK 3:

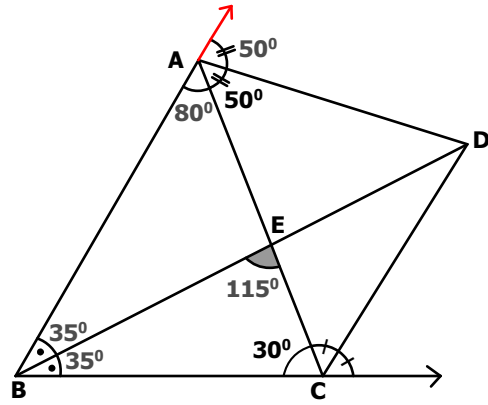


Şekilde verilenlere göre,

$m(\widehat{BEC}) = x$ açısı kaç derecedir?

ÇÖZÜM: [AD] dış açıortayıdır. Buna göre,

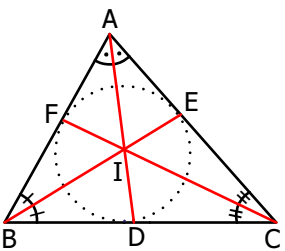
$m(\widehat{A}) = 80^\circ$, $m(\widehat{B}) = 70^\circ$ dir.



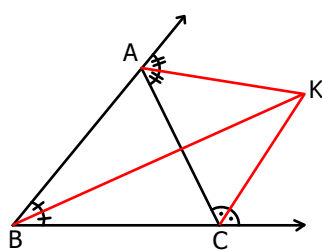
O halde $m(\widehat{BEC}) = 80 + 35 = 115^\circ$ dir.

ANAHTAR BİLGİ

- Bir üçgenin üç iç açıortayı üçgenin içinde bir noktada kesişirler bu noktaya üçgenin iç teğet çemberinin merkezi denir.
- Bir üçgenin iki dış açıortayı ile bir iç açıortayı üçgenin dışında bir noktada kesişirler bu noktaya üçgenin dış teğet çemberinin merkezi denir.



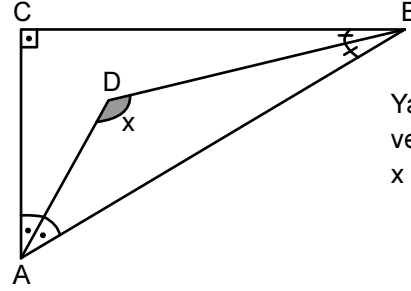
I noktası üçgenin iç teğet çemberinin merkezidir.



K noktası üçgenin dış teğet çemberinin merkezidir.

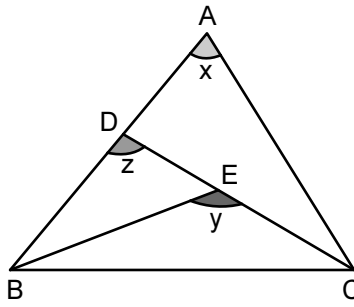
SIRA SENDE GÖR VE UYGULA

ÖRNEK 4:



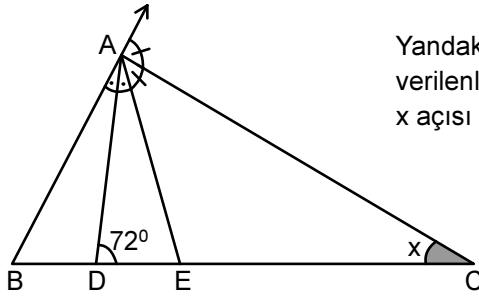
Yandaki şekilde verilenlere göre, x açısı kaç derecedir?

ÖRNEK 5:



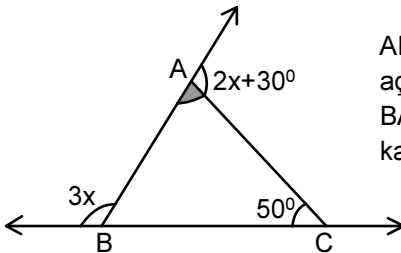
Yandaki şekilde verilen x, y, z açı ölçülerini küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

ÖRNEK 6:



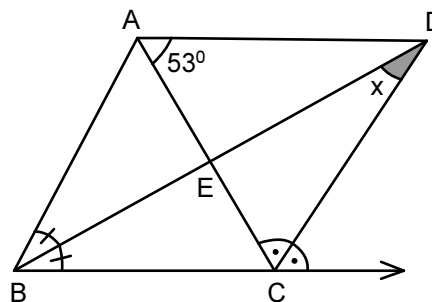
Yandaki şekilde verilenlere göre, x açısı kaç derecedir?

ÖRNEK 7:



ABC üçgeninde verilen açı ölçülerine göre, BAC açısının ölçüsü kaç derecedir?

ÖRNEK 8:



Yukarıdaki şekilde verilenlere göre, x kaç derecedir?